LƯ SĨ PHÁP
Giáo Viên Trường THPT Tuy Phong

HÌNH HỌC 11



CHƯƠNG II

ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN QUAN HỆ SONG SONG

0939989966 - 0916620899

LỜI NÓI ĐẦU

Quý đọc giả, quý thầy cô và các em học sinh thân mến!

Nhằm giúp các em học sinh có tài liệu tự học môn Toán, tôi biên soạn cuốn giải toán trọng tâm **HÌNH HỌC 11**.

Nội dung của cuốn tài liệu bám sát chương trình chuẩn và chương trình nâng cao về môn Toán đã được Bộ Giáo dục và Đào tạo quy định.

Nội dung gồm 4 phần
Phần 1. Kiến thức cần nắm
Phần 2. Dạng bài tập có hướng dẫn giải và bài tập đề nghị
Phần 3. Phần trắc nghiệm có đáp án.
Phần 4. Một số đề ôn kiểm tra

Cuốn tài liệu được xây dựng sẽ còn có những khiếm khuyết. Rất mong nhận được sự góp ý, đóng góp của quý đồng nghiệp và các em học sinh.

Mọi góp ý xin gọi về số 0939989966 – 0916620899
Email: lsp02071980@gmail.com

Chân thành cảm ơn.

Lư Sĩ Pháp
Gv_Trường THPT Tuy Phong

MỤC LỤC

CHƯƠNG I
ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN
QUAN HỆ SONG SONG

CHƯƠNG II

ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN
QUAN HỆ SONG SONG

----------0o0---------

§1. ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

I. Các tính chất thừa nhận

Tính chất 1. Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt .

Tính chất 2. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

Tính chất 3. Nếu đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

Lưu ý: Đường thẳng *d* nằm trong $mp(\alpha)$ ta kí hiệu: $d \subset (\alpha)$ *hay* $(\alpha) \supset d$

Tính chất 4. Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.

Tính chất 5. Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng còn có một điểm chung khác nữa.

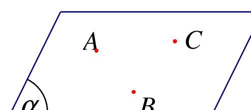
Như vậy: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung đi qua điểm chung ấy và đường thẳng đó gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng.

Tính chất 6. Trên mỗi mặt phẳng, các kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng.

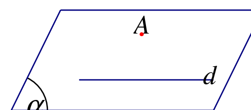
II. Cách xác định mặt phẳng.

Một mặt phẳng hoàn toàn xác định khi biết:

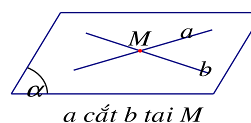
1. Nó đi qua ba điểm không thẳng hàng
(*ABC*) biểu thị mặt phẳng xác định bởi ba điểm phân biệt không thẳng hàng *A*, *B*, *C*.



2. Nó đi qua một điểm và chứa một đường thẳng không đi qua điểm đó
(*M, d*) biểu thị mặt phẳng xác định bởi đường thẳng *d* và điểm *M* không nằm trên *d*.



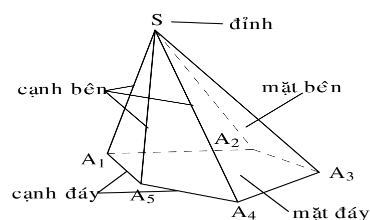
3. Nó chứa hai đường thẳng cắt nhau
(*a, b*) biểu thị mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng cắt nhau *a* và *b*.



a cắt b tại M

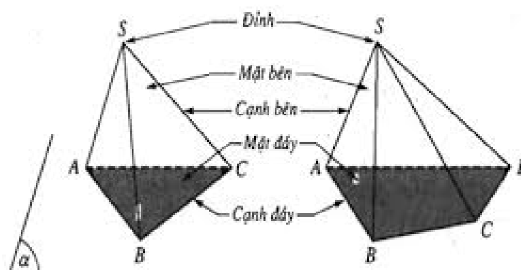
III. Hình chóp và hình tứ diện

1. Hình chóp : Trong mặt phẳng (α) cho đa giác lồi $A_1A_2...A_n$. Điểm *S* nằm ngoài (α). Lần lượt nối *S* với các đỉnh $A_1, A_2, ..., A_n$ ta được n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$. Hình gồm có đa giác $A_1A_2...A_n$ và *n* tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$ được gọi là hình chóp , kí hiệu $S.A_1A_2...A_n$



2. Hình tứ diện

Cho bốn điểm *A*, *B*, *C*, *D* không đồng phẳng. Hình gồm bốn tam giác *ABC*, *ABD*, *ACD* và *BCD* được gọi là hình tứ diện , kí hiệu *ABCD*.



B. BÀI TẬP

Vấn đề 1. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng

Phương pháp: Ta đi tìm hai điểm chung phân bệt của hai mặt phẳng đó. Giao tuyến của chúng là đường thẳng đi qua hai điểm đó.

Nghĩa là: $\begin{cases} \alpha \cap \beta = M \\ \alpha \cap \beta = N \\ M \not\equiv N \end{cases} \Rightarrow \alpha \cap \beta = MN$

Bài 1.1. Cho bốn điểm không đồng phẳng *A*, *B*, *C* và *D*. Trên đoạn *AB* và *AC* lấy hai điểm *M* và *N* sao cho $\frac{AM}{BM} = 1; \frac{AN}{NC} = 2$. Hãy xác định giao tuyến của mặt phẳng (*DMN*) với các mặt (*ABD*), (*ACD*), (*ABC*) và (*BCD*) .

HD Giải

❖ $(DMN) \cap (ADB) = ?$.

Ta có $D \in (DMN) \cap (ADB)$

$\left.\begin{array}{l} M \in (DMN) \\ M \in AB \subset (ABD) \Rightarrow M \in (ABD) \end{array}\right\} \Rightarrow M \in (DMN) \cap (ABD)$

Vậy : $DM = (DMN) \cap (ABD)$

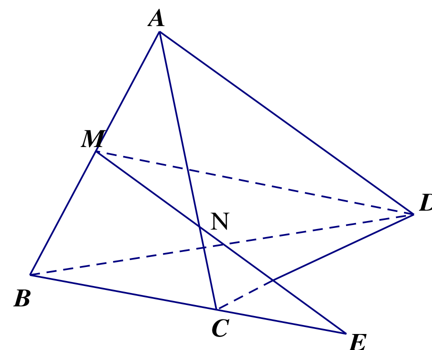
❖ $(DMN) \cap (ACD) = DN$

❖ $(DMN) \cap (ABC) = MN$

❖ $(DMN) \cap (BCD) = ?$

Trong mp(ABC) có $\frac{AM}{BM} \neq \frac{AN}{NC}$, nên $MN \cap BC = E$

Tương tự: $(DMN) \cap (BCD) = DE$



Bài 1.2. Cho *S* là một điểm không thuộc mặt phẳng hình bình hành *ABCD*. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (*SAC*) và (*SBD*).

HD Giải

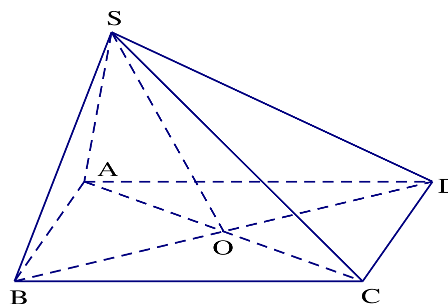
Gọi *O* là giao điểm của *AC* và *BD*. Ta có

$S \in (SAC) \cap (SBD)$

$\left.\begin{array}{l} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{array}\right\} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$

nên $SO = (SAC) \cap (SBD)$

Vậy giao tuyến hai mặt phẳng (*SAC*) và (*SBD*) là đường thẳng *SO*



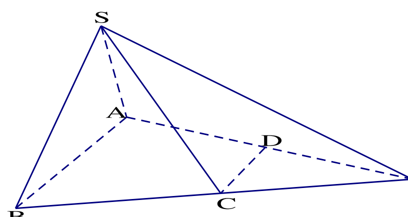
Bài 1.3. Cho *S* là một điểm không thuộc mặt phẳng hình thang *ABCD* (*AB* // *CD* và *AB* > *CD*). Tìm giao tuyến hai mặt phẳng (*SAD*) và (*SBC*).

HD Giải

Gọi *I* là giao điểm *AD* và *BC*. Ta có *S* và *I* là hai điểm chung của (*SAD*) và (*SBC*), nên

$SI = (SAD) \cap (SBC)$

Vậy giao tuyến hai mặt phẳng (*SAD*) và (*SBC*) là đường thẳng *SI*.

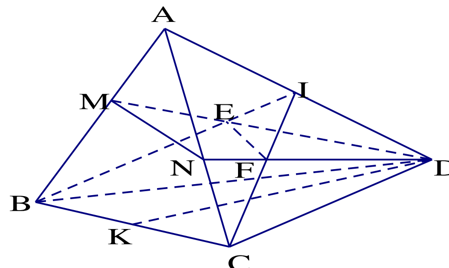


Bài 1.4. Cho bốn điểm *A,B,C,D* không đồng phẳng. Gọi *I*, *K* lần lượt là trung điểm của hai đoạn thẳng *AD* và *BC*.
a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (*IBC*) và (*KAD*)
b) Gọi *M* và *N* là hai điểm lần lượt trên hai đường thẳng *AB* và *AC*. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (*IBC*) và (*DMN*).

HD Giải

a) $(IBC)\cap(KAD)=KI$. Vậy giao tuyến hai mặt phẳng (IBC) và (KAD) là đường thẳng KI.

b) Trong mp (ABD), gọi $E=MD\cap BI$,
trong mp(ACD) , gọi $F=ND\cap CI$ Ta có:
$(IBC)\cap(DMN)=EF$
Vậy giao tuyến hai mặt phẳng (IBC) và (DMN) là đường thẳng EF.



Vấn đề 2. Tìm giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (α)

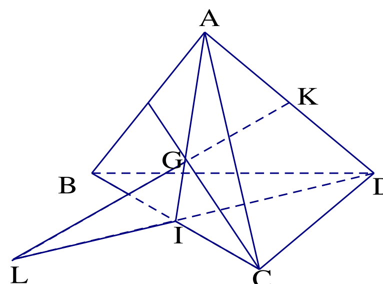
Phương pháp: Để tìm giao điểm của một đường thẳng d và một mặt phẳng (α), ta có thể đưa về việc tìm giao điểm của đường thẳng d với một đường thẳng d' nằm trong mặt phẳng (α)

Nghĩa là: $\left.\begin{array}{l} mp\ phụ(\beta)\supset d \\ (\beta)\cap(\alpha)=d' \\ d'\cap d=I \end{array}\right\}\Rightarrow d\cap(\alpha)=I$

Bài 1.5. Cho tam giác *BCD* và điểm *A* không thuộc mặt phẳng (*BCD*). Gọi *K* là trung điểm của đoạn *AD* và *G* là trọng tâm của tam giác *ABC*. Tìm giao điểm của đường thẳng *GK* với mặt phẳng (*BCD*).

HD Giải

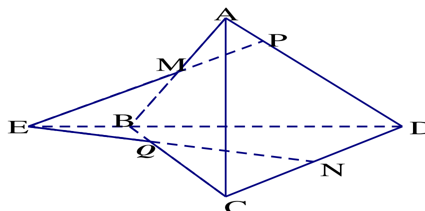
Gọi J là giao điểm của AG và BC. Trong mặt phẳng (AJD), ta có $\frac{AG}{AJ}=\frac{2}{3};\frac{AK}{AD}=\frac{1}{2}$ nên GK và JD cắt nhau. Gọi *L* là giao điểm của *GK* và *JD*.
Ta có $L\in GK$
$\left\{\begin{array}{l} L\in JD \\ JD\subset(BCD) \end{array}\right.\Rightarrow L\in(BCD)$
Vậy *L* là giao điểm của *GK* và (*BCD*)



Bài 1.6. Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *M*, *N* lần lượt là trung điểm các cạnh *AB* và *CD*, trên *AD* lấy điểm *P* không trùng với trung điểm *AD*.
a) Gọi *E* là giao điểm của đường thẳng *MP* và *BD*. Tìm giao tuyến của hai mp (*PMN*) và (*BCD*)
b) Tìm giao điểm của hai mp (*PMN*) và *BC*.

HD Giải

a) $(MNP)\cap(BCD)=EN$
b) Trong mp (BCD), gọi $Q=EN\cap BC$
Ta có : $BC\cap(MNP)=Q$

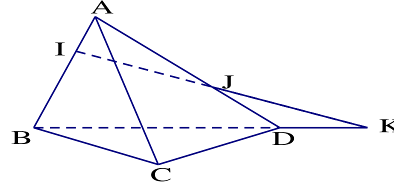


Bài 1.7. Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *I*, *J* là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh *AB*, *AD* với $AI=\frac{1}{2}IB$ và

$AJ = \frac{2}{3}JD$. Tìm giao điểm của đường thẳng *IJ* với mặt phẳng (*BCD*).

HD Giải

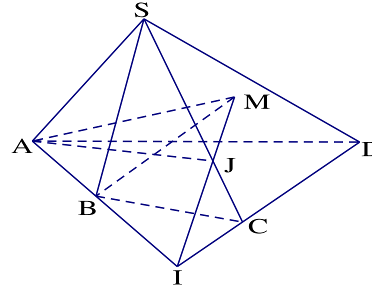
Do $\begin{cases} AI = \frac{1}{2}IB \\ AJ = \frac{2}{3}JD \end{cases}$ nên *IJ* kéo dài cắt *BD*, gọi giao điểm là *K*. Khi đó $K = IJ \cap (BCD)$



Bài 1.8. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là tứ giác *ABCD* có hai cạnh đối diện không song song. Lấy điểm *M* thuôc miền trong của tam giác *SCD*. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng:
a) (*SBM*) và (*SCD*) b) (*ABM*) và(*SCD*) c) (*ABM*) và (*SAC*)

HD Giải

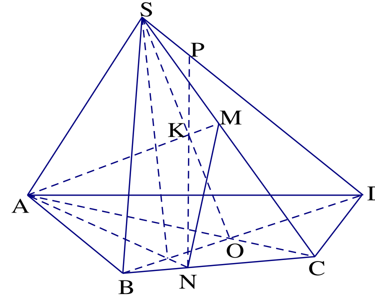
a) Ta có ngay: $(SBM) \cap (SCD) = SM$
b) Ta có: $M \in (ABM) \cap (SCD)$
Trong mp (*ABCD*) gọi $I = AB \cap CD$
Suy ra : $MI = (ABM) \cap (SCD)$
c) Ta có: $A \in (ABM) \cap (SAC)$.
Trong mp (SCD), gọi $J = IM \cap SC$
Suy ra: $J \in (ABM) \cap (SAC)$
Vậy: $AJ = (ABM) \cap (SAC)$



Bài 1.9. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là tứ giác, *M* và *N* tương ứng là các điểm thuộc các cạnh *SC* và *BC*. Tìm giao điểm của đường thẳng *SD* với mặt phẳng (*AMN*).

HD Giải

Gọi $O = AC \cap BD$.Trong mp(SAC), gọi $K = SO \cap AM$
Trong mp(ABCD), gọi $L = BD \cap AN$
Chọn mặt phẳng phụ (SBD) chứa SD.
Và ta có: $LK = (SBD) \cap (AMN)$
Mà trong mp (SBD), có $LK \cap SD = P$
Vậy: $P = SD \cap (AMN)$



Vấn đề 3. Chứng minh ba điểm thẳng hàng
Phương pháp: Để chứng ba điểm thẳng hàng, ta có thể chứng minh chúng cùng thuộc hai mặt phẳng riêng biệt.

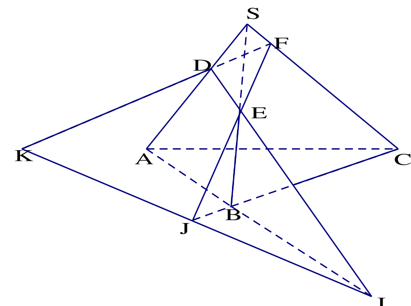
Bài 1.10. Cho tứ diện *SABC*. Trên *SA, SB, SC* lần lượt lấy các điểm *D*, *E* và *F* sao cho cắt *AB* tại *I*, *EF* cắt *BC* tại *J*, *FD* cắt *CA* tại *K*. Chứng minh rằng ba điểm *I, J, K* thẳng hàng.

HD Giải

Ta có: $\left.\begin{matrix} I \in DE \\ DE \subset (DEF) \end{matrix}\right\} \Rightarrow I \in (DEF)$ và

$\left.\begin{matrix} I \in AB \\ AB \subset (ABC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow I \in (ABC)$. Suy ra: $J \in (MNK) \cap (BCD)$

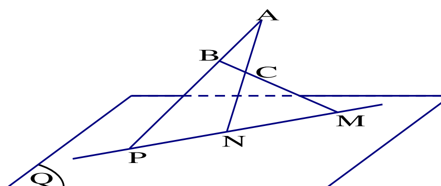
Lí luận tương tự ta có: *J, K* cũng là điểm chung của hai mặt phẳng (*DEF*) và (*ABC*)
Vậy *I, J, K* thuộc về giao tuyến của hai mặt phẳng (*DEF*) và (*ABC*) nên *I, J, K* thẳng hàng.



Bài 1.11. Cho ba điểm A, B, C không thuộc mặt phẳng (Q) và các đường thẳng BC, CA, AB cắt (Q) lần lượt tại M, N, P. Chứng minh rằng *M, N, P* thẳng hàng.

HD✍Giải

Ta có *M, N, P* lần lượt thuộc về hai mặt phẳng (*Q*) và (*ABC*), nên *M, N, P* thuộc về giao tuyến của hai mặt phẳng (*Q*) và (*ABC*). Vậy *M, N, P* thẳng hàng.



Bài 1.12. Cho hình chóp *S.ABCD* có *AB* và *CD* không song song. Gọi *M* là một điểm thuộc miền trong của tam giác *SCD*.
a) Tìm giao điểm *N* của đường thẳng *CD* và mặt phẳng (*SBM*)
b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (*SBM*) và (*SAC*)
c) Tìm giao điểm *I* của đường thẳng *BM* và mp(*SAC*)
d) Tìm giao điểm *P* của *SC* và mp(*ABM*), từ đó suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng (*SCD*) và (*ABM*).

HD✍Giải

a) Gọi $N = SM \cap CD$. Ta có $N = CD \cap (SBM)$

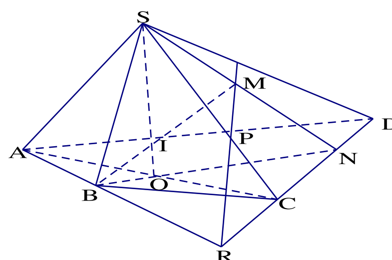
b) Gọi $O = AC \cap BN$ .Ta có: $(SBM) \cap (SAC) = SO$

c) Gọi $I = SO \cap BM$

Ta có $I = BM \cap (SAC)$

d) Gọi $R = AB \cap CD$, $P = MR \cap SC$

Ta có $P = SC \cap (ABM) \Rightarrow PM = (SCD) \cap (ABM)$



Bài 1.13. Cho hình chóp S.ABCD. Gọi M là một điểm nằm trong tam giác SCD.
a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SBM) và (SAC)
b) Tìm giao điểm của đường thẳng BM và mp(SAC)
c) Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (ABM)

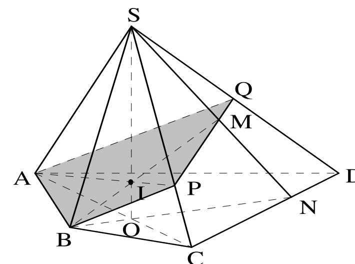
HD✍Giải

a) Gọi N = SM∩CD, O = AC∩BN. Khi đó SO = (SAC) ∩ (SBM).

b) Trong mp(SBM), đường thẳng BM cắt SO tại I. Ta có I=BM∩(SAC).

c) Trong mp(SAC), đường thẳng AI cắt SC tại P. Ta có P và M là hai điểm chung của mp(ABM) và mp(SCD).

vậy (ABM) ∩ (SCD) = PM. Đường thẳng PM cắt SD tại Q. thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mp(ABM) là tứ giác ABPQ.



Bài 1.14. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang ABCD (AB//CD, AB > CD). Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của các cạnh SB và SC.
a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC), (SAC) và (SBD)
b) Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mp(AIJ)
c) Xác định thiết diện của hình chóp S.ABCD cắt bởi mp(AIJ)

HD✍Giải

a) Gọi K là giao điểm của AD và BC, khi đó hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) có hai điểm ching là S và K. Vậy:

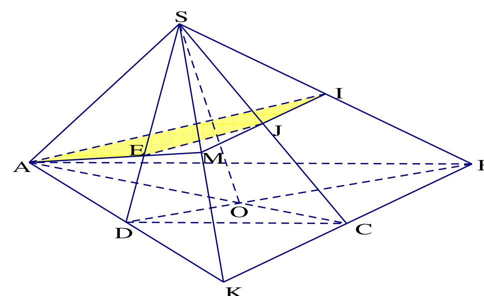
$(SAD) \cap (ABC) = SK$

Gọi O là giao điểm của AC và BD. Vậy $(SAC) \cap (ABD) = SO$

b) Gọi M là giao điểm của SK và IJ. Khi đó

$(SAD) \cap (AIJ) = AM$. Gọi E là giao điểm của AM và SD thì E chính là giao điểm của SD với mp(AIJ).

c) Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mp(AIJ) là tứ giác AIJE.

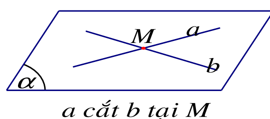
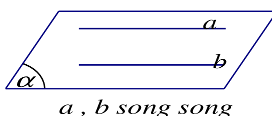
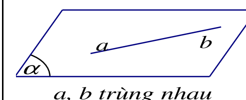
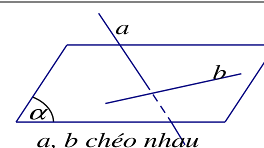


§2. HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU VÀ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

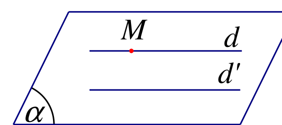
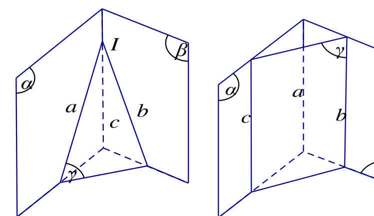
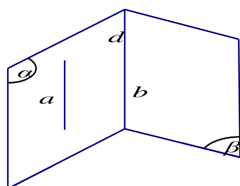
A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

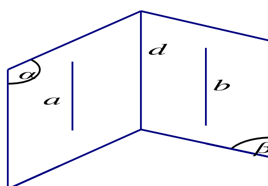
I. Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian

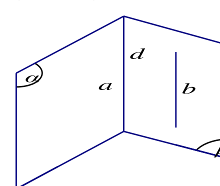
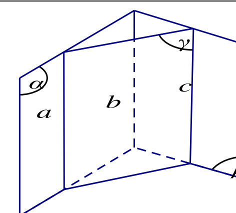
Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Có hai khả trường hợp sau đây xảy ra đối với *a* và *b*

<table>
<tr><td colspan="3">TH1. Có một mặt phẳng chứa a và b</td></tr>
<tr><td>1. a và b cắt nhau tại M, kí hiệu $a \cap b = M$

</td><td>2. a và b song song với nhau, kí hiệu a // b hoặc b // a

</td><td>3. a và b trùng nhau, kí hiệu $a \equiv b$

</td></tr>
<tr><td colspan="2">TH2. Không có mặt phẳng nào chứa cả a và b. Khi đó ta nói a và b chéo nhau.</td><td>
</td></tr>
</table>

II. Các định lí và tính chất

<table>
<tr><td>1. Định lí 1. Trong không gian, qua một điểm không nằm trên đường thẳng cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.
Nhận xét: Hai đường thẳng song song a và b xác định một mặt phẳng, kí hiệu mp(a, b) hay mp(b, a)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>2. Định lí 2. (về giao tuyến ba mặt phẳng)
Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.





</td></tr>
<tr><td>3. Định lí 3. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
4. Ba đoạn thẳng nối trung điểm các cạnh đối diện của một tứ diện đồng quy tại trung điểm G của mỗi đoạn. Điểm G đó gọi là trọng tâm của tứ diện.
5. Một mặt phẳng được xác định nếu nó đi qua hai đường thẳng song song.</td><td>
</td></tr>
</table>

B. BÀI TẬP

Vấn đề 1. Tìm giao tuyến hai mặt phẳng

Phương pháp: Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) có điểm chung là *S* và lần lượt chứa hai đường thẳng song song *d* và *d’* thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng Δ qua *S* và song song với *d* và *d’*.

Nghĩa là: $\left.\begin{matrix} S \in (\alpha)\cap(\beta) \\ d \subset (\alpha), d' \subset (\beta) \\ d // d' \end{matrix}\right\} \Rightarrow (\alpha)\cap(\beta) = \Delta \ (S \in \Delta, \Delta // d // d')$

Bài 2.1. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Tìm giao tuyến của (SAD) và (SBC); (SAB) và (SCD); (SAC) và (SBD).

HD✍Giải

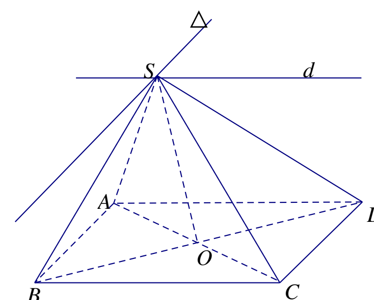
a) Ta có: $\left.\begin{array}{l} S \in (SAC) \\ S \in (SBD) \end{array}\right\} \Rightarrow S \in (SAC) \cap (SBD)$

Gọi $O = AC \cap BD$. $\left.\begin{array}{l} O \in (SAC) \\ O \in (SBD) \end{array}\right\} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$

$\Rightarrow SO = (SAC) \cap (SBD)$

b) Ta có: $\left.\begin{array}{l} S \in (SAB) \\ S \in (SCD) \end{array}\right\} \Rightarrow S \in (SAB) \cap (SCD)$

Ta lại có: $\left.\begin{array}{l} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB // CD \end{array}\right\} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = \Delta // AB // CD$



(Δ qua S và song song với AB, CD.

c) Lập luận tương tự câu b) ta có $(SAD) \cap (SBC) = d // AD // BC$

Bài 2.2. Cho tứ diện ABCD. Trên các cạnh AB và AC lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$. Tìm giao tuyến hai mặt phẳng (DBC) và (DMN).

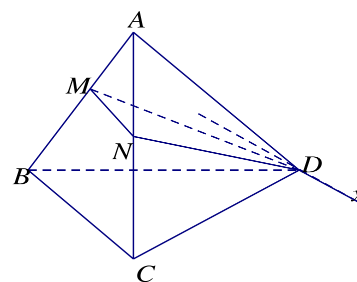
HD✍Giải

Ta có: $\left.\begin{array}{l} M \in AB \\ N \in AC \end{array}\right\} \Rightarrow MN \subset (ABC)$

Trong tam giác ABC ta có: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow MN // BC$

Ta lại có: $D \in (DBC) \cap (DMN)$

$\left.\begin{array}{l} BC \subset (DBC) \\ MN \subset (DMN) \\ BC // MN \end{array}\right\} \Rightarrow (DBC) \cap (DMN) = Dx // BC // MN$



Bài 2.3. Cho tứ diện ABCD. Cho I, J tương ứng là trung điểm của BC và AC, M là một điểm trên cạnh AD sao cho không trùng với trung điểm của AD.
a) Tìm giao tuyến d của hai mặt phẳng (MIJ) và (ABD)
b) Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng CD và JM. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ABK) và (MIJ).

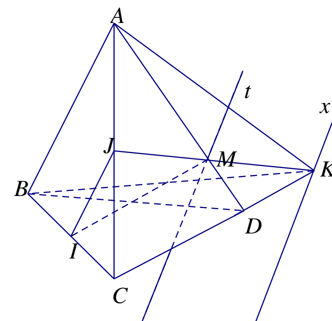
HD✍Giải

a) Ta có: $\left.\begin{array}{l} M \in (MIJ) \\ M \in AD \subset (ABD) \end{array}\right\} \Rightarrow M \in (MIJ) \cap (ABD)$

Ta cũng có $\left\{\begin{array}{l} IJ // AB \\ IJ \subset (MIJ) \\ AB \subset (ABD) \end{array}\right. \Rightarrow (MIJ) \cap (ABD) = Mt // IJ // AB$

b) Ta có $\left.\begin{array}{l} K \in (ABK) \\ K \in JM \subset (MIJ) \end{array}\right\} \Rightarrow K \in (MIJ) \cap (ABK)$ và $\left\{\begin{array}{l} IJ // AB \\ IJ \subset (MIJ) \\ AB \subset (ABK) \end{array}\right.$

$\Rightarrow (MIJ) \cap (ABK) = Kx // IJ // AB$



Bài 2.4. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N, P, Q, R và S lần lượt là trung điểm của AB, CD, BC, AD, AC và BD. Chứng minh rằng tứ giác MPNQ là hình bình hành. Từ đó suy ra ba đoạn thẳng MN, PQ và RS cắt nhau tại trung điểm mỗi đoạn, trung điểm đó gọi là trọng tâm của tứ diện.

HD Giải

Trong tam giác ABC ta có: MP//AC và $MP = \frac{AC}{2}$

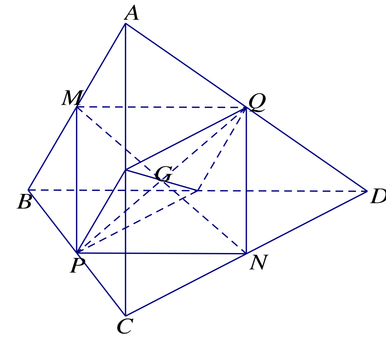
Trong tam giác ACD ta có: QN//AC và $QN = \frac{AC}{2}$

Từ đó suy ra: $\begin{cases} MP // QN \\ MP = QN \end{cases}$ => Tứ giác MPNQ là hình bình hành.

Do vậy hai đường chéo MN và PQ cắt nhau tại trung điểm G của mỗi đường

Tương tự: PR//QS và $PR = QS = \frac{AB}{2}$

Do đó tứ giác PRQS là hình bình hành. Suy ra hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm G của PQ và OR = OS



Vậy ba đoạn thẳng MN, PQ, RS cắt nhau tại trung điểm mỗi đoạn và tại G.

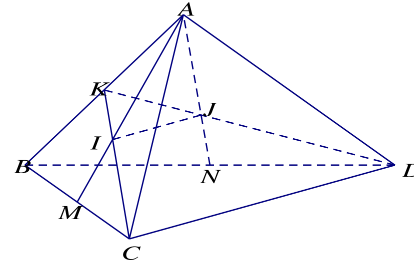
Bài 2.5. Cho tứ diện ABCD có I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và ABD. Chứng minh rằng : IJ // CD.

HD Giải

Gọi K là trung điểm của AB

Vì I là trọng tâm của tam giác ABC nên $I \in KC$ và vì J là trọng tâm tam giác ABD nên $I \in KD$

Từ đó suy ra: $\frac{KI}{KC} = \frac{KJ}{KD} = \frac{1}{3} \Rightarrow IJ // CD$



Bài 2.6. Cho hình chóp S.ABCD đáy ABCD là hình bình hành. Trên đoạn SA lấy điểm M sao cho 2SM = MA, trên đoạn SB lấy điểm N sao cho 2SN = NB.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD); (SAD) và (SBC)

b) Chứng minh rằng: MN//CD

c) Điểm P nằm trên cạnh SC không trùng với S, C. Tìm giao tuyến hai mp (MNP) và (SCD)

HD Giải

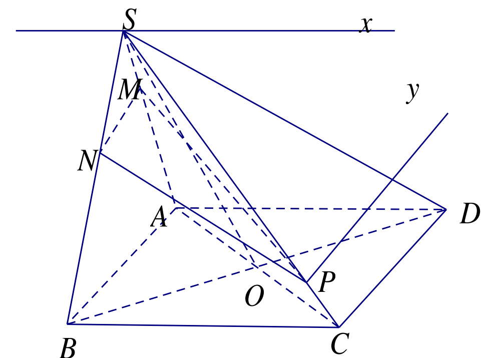
a) Ta có: $(SAC) \cap (SBD) = SO$

Ta có: $\left.\begin{matrix} S \in (SAD) \\ S \in (SBC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow S \in (SAD) \cap (SBC)$

Mặt khác, ta có:

$$\left.\begin{matrix} AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ AD // BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx // AD // BC$$

b) Từ giả thiết ta có: $\frac{SM}{MA} = \frac{SN}{NB} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN // AB$ và ABCD là hình bình hành. Suy ra MN//AB//CD.



c)

$$\left.\begin{matrix} P \in (MNP), P \in (SCD) \\ MN \subset (MNP) \\ CD \subset (SCD) \\ MN // CD \end{matrix}\right\} \Rightarrow (MNP) \cap (SCD) = Py // MN // CD$$

Vấn đề 2. Tìm thiết diện của hình chóp khi cắt bởi một mặt phẳng

Phương pháp: Ta tìm giao tuyến của mặt phẳng đó với các mặt bên của hình chóp. Đoạn nối giữa các giao tuyến cho ta một hình. Hình đó là thiết diện cần tìm.

Bài 2.7. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành.
a) Hãy xác định giao tuyến của các mặt phẳng (SAB) và (SCD); (SBC) và (SAD)
b) M là điểm thuộc cạnh SC, tìm thiết diện của hình chóp với mp(ABM). Thiết diện là hình gì?

HD✍Giải

a) i). $(SAB)\cap(SCD)=?$

Ta có $S\in(SAB)\cap(SCD); AB\subset(SAB);\ CD\subset(SCD), AB//CD$

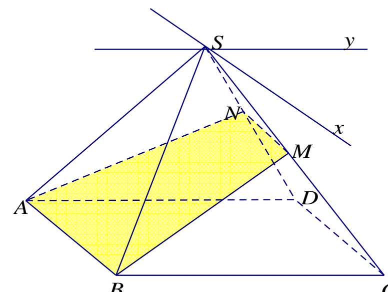
Nên $(SAB)\cap(SCD)=Sx//AB//CD$

ii) $(SBC)\cap(SAD)=?$

Ta có

$S\in(SBC)\cap(SAD); BC\subset(SBC); AD\subset(SAD),$

$BC//AD$. Nên $(SBC)\cap(SAD)=Sy//BC//AD$



b) Ta có:

$(ABM)\cap(ABCD)=AB$; $(ABM)\cap(SBC)=BM$; $(ABM)\cap(SDC)=MN//AB//DC, N\in SD$

$(ABM)\cap(SAD)=AN$.

Vậy thiết diện cần tìm là tứ giác ABMN. Rõ ràng: ABMN là hình thang vì MN // AB.

Bài 2.8. Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC và BD; E là một điểm thuộc cạnh AD khác với A và D
a) Xác định thiết diện của hình tứ diện khi cắt bởi mp(IJE)
b) Tìm vị trí của điểm E trên AD sao cho thiết diện là hình bình hành
c) Tìm điều kiện của tứ diện và vị trí điểm E trên cạnh AD để thiết diện là hình thoi

HD✍Giải

a) Ta có IJ là đường trung bình trong tam giác BCD nên IJ //CD

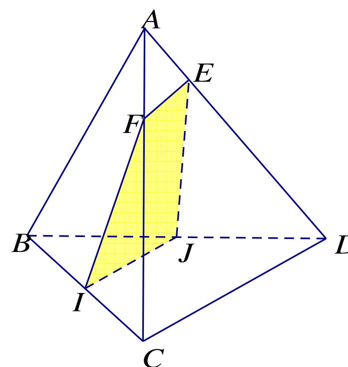
Mặt khác $IJ\subset(IJE); CD\subset(ACD)$. Suy ra:

$(EIJ)\cap(ACD)=Ex//IJ//CD$. Gọi $F=Ex\cap AC$

Thiết diện là hình thang EFIJ

b) Để thiết diện EFIJ là hình bình hành điều kiện cần và đủ là IF // JE. Điều này tương với JE //AB, tức là khi và chỉ khi E là trung điểm của AD.

c) Thiết diện EFIJ là hình thoi khi và chỉ khi EFIJ là hình bình hành và IF = IJ khi và chỉ khi E là trung điểm của AD và AB = CD (vì $IJ=\frac{1}{2}CD$ và khi E là trung điểm của AD thì $IF=\frac{1}{2}AB$)



Vấn đề 3. Chứng minh hai đường thẳng song song

Phương pháp:

1. Chứng minh chúng cùng thuộc một mặt phẳng và dùng phương pháp chứng minh hai đường thẳng song song trong hình học phẳng(như tính chất đường trung bình của tam giác, định lí Talét đảo, tính chất song song của hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba, …)
2. Chứng minh chúng cùng song song với đường thẳng thứ ba.
3. Dùng tính chất: Hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng(nếu có) cũng song song với hai đường thẳng ấy. Tức là: $\begin{cases} a\in(\alpha) \\ b\in(\beta) \\ a//b \\ (\alpha)\cap(\beta)=c \end{cases} \Rightarrow c//a//b$

4. Dùng định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng: $\begin{cases}\alpha\cap\gamma=a\\ \beta\cap\gamma=b\\ \alpha\cap\beta=c\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a//b//c\\ a,b \text{ đồng quy}\end{array}\right.$

Bài 2.9. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là một tứ giác lồi. Gọi M và N lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SAD; E là trung điểm của CB.
a) Chứng minh rằng: MN // BD
b) Xác định thiết diện hình chóp S.ABCD cắt bởi mp(MNE)
c) H và L lần lượt là giao điểm của mp(MNE) với các cạnh SB và SD. Chứng minh rằng: LH // BD

HD Giải

a) Gọi M', N' lầm lượt là trung điểm của AB và AD. Dễ thấy: $\left.\begin{array}{l}MN//M'N'\\ M'N'//BD\end{array}\right\}\Rightarrow MN//BD$

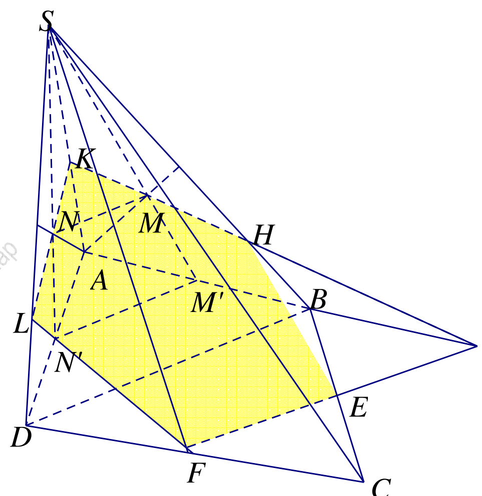
b)Ta có:

$$\left.\begin{array}{l}MN\subset(MNE)\\ BD\subset(ABCD)\\ MN//BD\end{array}\right\}\Rightarrow(MNE)\cap(ABCD)=Ex//MN//BD$$

Vậy từ E kẻ đường thẳng song song với BD lần lượt cắt CD, AB tại F và I. Nối IM lần lượt cắt SB và SA tại H, K; nối KN cắt SD tại L. Thiết diện cần tìm là ngũ giác KLFEH

c)Ta có:

$$\left.\begin{array}{l}MN\subset(MNE)\\ BD\subset(SBD)\\ MN//BD\\ (MNE)\cap(SBD)=LH\end{array}\right\}\Rightarrow LH//BD$$



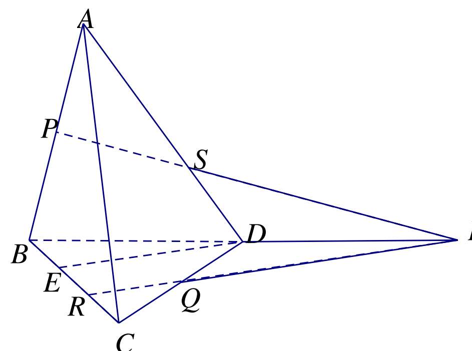
Bài 2.11. Cho tứ diện ABCD. Có các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho BR = 2RC. Gọi S là giao điểm của mp(PQR) và cạnh AD. Chứng minh rằng AS = 2SD.

HD Giải

Gọi $I=RQ\cap BD$, E là trung điểm của BR. Khi đó EB = ER = RC và RQ // ED.

Tam giác BRI có ED // RQ, suy ra $\dfrac{BD}{DI}=\dfrac{BE}{ER}=1$

Vậy DB = DI. Do đó AD và IP là hai đường trung tuyến của tam giác ABI. Suy ra giao điểm S của AD và IP là trọng tâm của tam giác ABI và ta có AS = 2DS



§3. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

I. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng

Giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) ta có ba vị trí tương đối như sau:

1. d và (α) cắt nhau tại A, kì hiệu $a \cap (P) = \{A\}$	d cắt mp(α) tại M
2. d song song với (α), kí hiệu $d \parallel (\alpha)$ hoặc $(\alpha) \parallel d$. Như vậy: Một đường thẳng và một mặt phẳng gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.	d // (α)
3. a nằm trong (P), kí hiệu $d \subset (\alpha)$	d chứa trong (α)

II. Định lí và tính chất

1. Định lí 1. Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và a song song với đường thẳng d nằm trong thì a song song với (P); nghĩa là: $\left.\begin{matrix} d \not\subset (\alpha) \\ d \parallel d' \\ d' \subset (\alpha) \end{matrix}\right\} \Rightarrow d \parallel (\alpha)$	
2. Định lí 2. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P). Nếu mặt phẳng (Q) chứa a và cắt (P) theo giao tuyến d thì d song song với a; nghĩa là $\left.\begin{matrix} a // (\alpha) \\ (\beta) \supset a \\ (\beta) \cap (\alpha) = b \end{matrix}\right\} \Rightarrow b \parallel a$	
Hệ quả 1. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó trong mặt phẳng.	
Hệ quả2. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó; nghĩa là $\left.\begin{matrix} (\alpha) // d \\ (\beta) // d \\ (\alpha) \cap (\beta) = d' \end{matrix}\right\} \Rightarrow d' \parallel d$	
3. Định lí 3. Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.	

B. BÀI TẬP

Vấn đề 1. Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng

Phương pháp: Để chứng minh đường thẳng *d* song song với mặt phẳng (α) ta chứng minh *d* không nằm trong (α) và song song với đường thẳng *a* chứa trong (α). Tức là $\begin{cases} d \not\subset (\alpha) \\ a \subset (\alpha) \Rightarrow d//(\alpha) \\ d//a \end{cases}$

Bài 3.1. Cho tứ diện ABCD. G là trọng tâm của tam giác ABD. Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho MB = 2MC. Chứng minh rằng MG // (ACD).

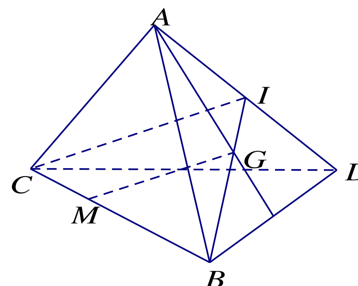
HD Giải

Gọi I trung điểm của AD.

Trong tam giác CBI ta có, $\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BI} = \frac{2}{3}$. Nên MG // CI

Mà CI nằm trong mặt phẳng (ACD)

Suy ra MG // (ACD).



Bài 3.2. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC.

a) Xét vị trí tương đối của đường thẳng MN và mp(BCD)

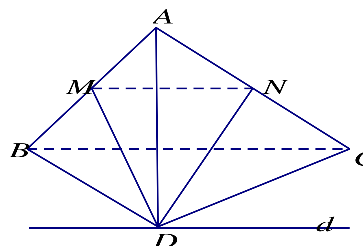
b) Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (DMN) và (DBC). Xét vị trí tương đối của d và mp(ABC)

HD Giải

a) MN là đường trung bình của tam giác ABC nên MN // BC.

Suy ra MN // (BCD)

b) Vì MN // (BCD) nên (DMN) đi qua MN cắt (BCD) theo giao tuyến d // MN. Do đó d // (ABC).



Bài 3.3. Cho tứ diện ABCD. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tậm của các tam giác ACD và BCD. Chứng minh rằng G_1G_2 song song với các mặt phẳng (ABC) và (ABD)

HD Giải

Gọi I là trung điểm CD

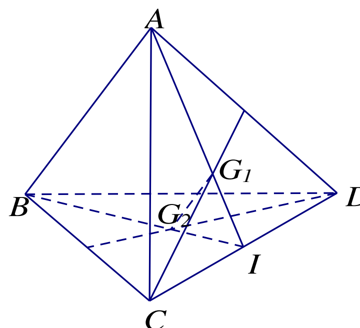
Vì G_1 là trọng tâm của tam giác ACD nên $G_1 \in AI$

Vì G_2 là trọng tâm của tam giác BCD nên $G_2 \in BI$

Ta có: $\left.\begin{matrix} \frac{IG_1}{IA} = \frac{1}{3} \\ \frac{IG_2}{IB} = \frac{1}{3} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{IG_1}{IA} = \frac{IG_2}{IB} \Rightarrow G_1G_2 // AB$

$AB \subset (ABC) \Rightarrow G_1G_2 // (ABC)$

Và $AB \subset (ABD) \Rightarrow G_1G_2 // (ABD)$



Bài 3.4. Cho tứ hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành ABCD. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB và I là trung điểm của AB. Lấy điểm M trên đoạn AD sao cho AD = 3AM.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC)

b) Đường thẳng qua M và song song với AB cắt CI tại N. CMR: NG // (SCD)

c) Chứng minh rằng MG // (SCD).

HD Giải

a) Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAD) và (ABC)

Ta có: $\left.\begin{matrix} AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ AD // BC \end{matrix}\right\}$

$\Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx // AD // BC$

b) Ta có: MN // IA //CD

$\Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{IN}{IC} = \frac{1}{3}$; mà $\frac{IG}{IS} = \frac{1}{3}$ (G là trọng tâm của tam giác SAB)

Nên $\Rightarrow \frac{IG}{IS} = \frac{IN}{IC} = \frac{1}{3} \Rightarrow GN // SC$

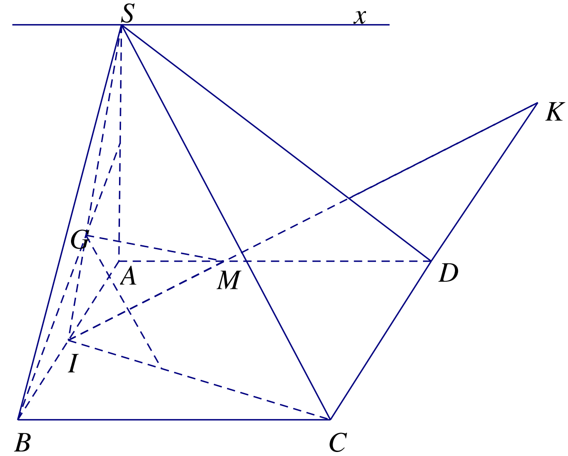
Mà $SC \subset (SCD) \Rightarrow GN // (SCD)$

c) Gọi $K = IM \cap CD \Rightarrow SK \subset (SCD)$

Mà $MN // CD \Rightarrow \frac{MN}{CK} = \frac{IN}{IC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{IM}{IK} = \frac{1}{3}$.

Ta có: $\left.\begin{matrix} \frac{IG}{IS} = \frac{1}{3} \\ \frac{IM}{IK} = \frac{1}{3} \end{matrix}\right\} \Rightarrow GM // SK$

$\Rightarrow GM // (SCD)$



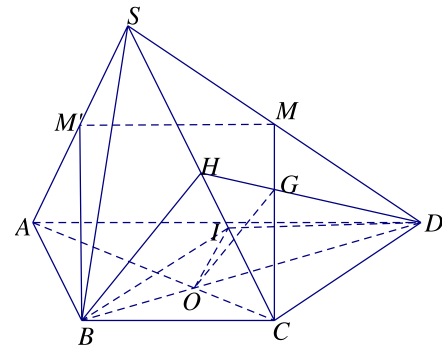
Bài 3.5. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang, đáy lớn AD và AD = 2BC. Gọi O là giao điểm của AC và BD, G là trọng tâm của tam giác SCD.
a) Chứng minh rằng OG // (SBC)
c) Cho M là trung điểm của SD. Chứng minh rằng CM // (SAB)
d) Giả sử I nằm trên đoạn SC sao cho $SC = \frac{3}{2}SI$. Chứng minh rằng SA // (BID).

HD Giải

a) Gọi H là trung điểm của SC, ta có: $\frac{DG}{DH} = \frac{2}{3}(1)$

$BC // AB \Rightarrow \frac{OD}{OB} = \frac{OA}{OC} = \frac{AD}{BC} = 2 \Rightarrow OD = 2OB \Rightarrow \frac{OD}{BD} = \frac{2}{3}(2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{DG}{DH} = \frac{OD}{BD} = \frac{2}{3}(1) \Rightarrow OG // BH$. Mà $BH \subset (SBC) \Rightarrow OG // (SBC)$



b) Gọi M’ là trung điểm của SA $\Rightarrow \begin{cases} MM' // AD \\ MM' = \frac{1}{2}AD \end{cases}$.

Mặt khác vì BC // AD và $BC = \frac{1}{2}AD$ (gt) và BC = MM’. Nên tứ giác BCMM’ là hình bình hành

Suy ra CM //BM’, mà $BM' \subset (SAB) \Rightarrow CM // (SAB)$

c) Ta có: $\frac{OC}{OA} = \frac{1}{2}$ nên $\frac{OC}{CA} = \frac{1}{3}$.

Mặt khác vì $SC = \frac{3}{2}SI$ nên $\frac{CI}{CS} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{CI}{CS} = \frac{OC}{CA} \Rightarrow OI // SA$ và $OI \subset (BID) \Rightarrow SA // (BID)$

Bài 3.6. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD.
a) Chứng minh rằng MN song song với các mặt phẳng (SBC) và (SAD).
b) Gọi P là trung điểm của SA. Chứng minh rằng SB và SC đều song song với mp (MNP)

HD Giải

a) Chứng minh MN //(SBC):

Ta có: $\begin{cases} MN//BC \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow MN//(SBC)$

Chứng minh MN // (SAD):

Ta có: $\begin{cases} MN//AD \\ AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow MN//(SAD)$

b) Chứng minh SB // (MNP):

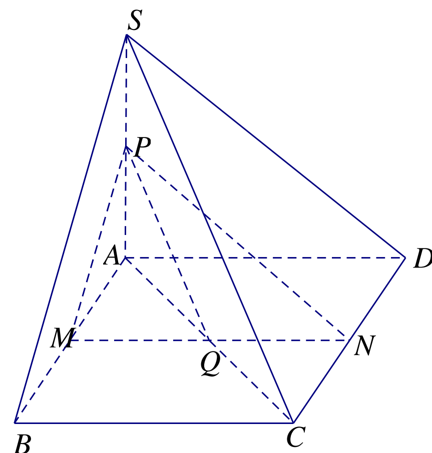
Ta có: $\begin{cases} SB//MP \\ MP \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow SB//(MNP)$

Chứng minh S // (MNP):

Gọi $Q = AC \cap MN$. Khi đó Q là trung điểm của AC.

Do đó: SC // PQ (T/c đường trung bình trong tam giác SAC)

mà $PQ \subset (MNP)$. Vậy SC // (MNP)



Bài 3.7. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và BCD.

a) Chứng minh rằng: MN // (ACD) và MN // (ABC)

b) Xác định giao tuyến của (DMN) và (ABC). Chứng minh giao tuyến này song song với MN. Tính $\frac{MN}{IJ}$

HD Giải

a) Gọi K là trung điểm của BD. Vì M, N là trọng tâm của các tam giác ABD và BCD nên A, M, K thẳng hàng và C, N, K thẳng hàng, tức là AM cắt CN tại K

Ta có:

$\frac{KM}{KA} = \frac{1}{3}; \frac{KN}{KC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{KM}{KA} = \frac{KN}{KC} \Rightarrow MN//AC$

Từ đó: $\left.\begin{matrix} MN//AC \\ AC \subset (ACD) \end{matrix}\right\} \Rightarrow MN//(ACD)$ và

$\left.\begin{matrix} MN//AC \\ AC \subset (ABC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow MN//(ABC)$

b) Trong mp (ABD): DM cắt AB tại I; trong mp(BCD): DN cắt BC tại J. Khi đó I, J là hai điểm chung của hai (DMN) và (ABC). Suy ra $(DMN) \cap (ABC) = IJ$

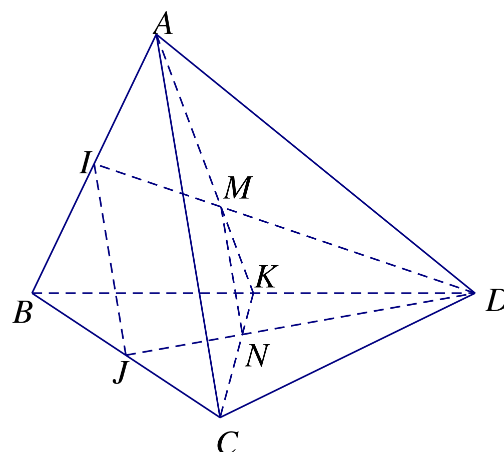
I, J lần lượt là trung điểm của AB và BC nên IJ là đường trung bình trong tam giác ABC

$\Rightarrow IJ//AC; IJ = \frac{1}{2}AC$. Mà MN // AC (câu a)

nên MN // IJ.

Ta có $IJ = \frac{1}{2}AC$;

$\frac{KM}{KA} = \frac{MN}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN = \frac{1}{3}AC$. Từ đó $\frac{MN}{IJ} = \frac{2}{3}$



Vấn đề 2. Dựng thiết diện song song với một đường thẳng

Phương pháp: Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α). Nếu mặt phẳng (β) chứa d và cắt (α) theo giao tuyến d' thì d' song song với d. Nghĩa là: $\left.\begin{matrix} d//(\alpha) \\ (\beta) \supset d \\ (\beta) \cap (\alpha) = d' \end{matrix}\right\} \Rightarrow d//d'$

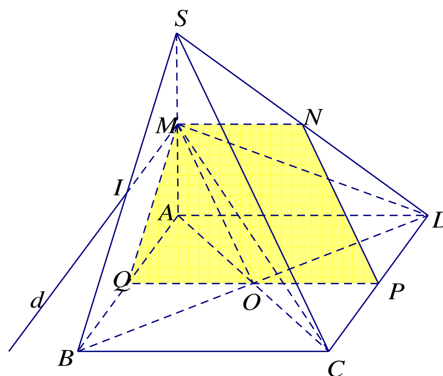
Thiết diện cắt bởi một mặt phẳng chứa một đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước được xác định bằng cách phối hợp hai cách xác định giao tuyến đã biết.

Bài 3.9. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành ABCD, O là giao điểm của AC và BD, M là trung điểm của SA. Tìm thiết diện của mặt phẳng (α) với hình chóp S.ABCD nếu (α) qua M và đồng

thời song song với SC và AD.

HD Giải

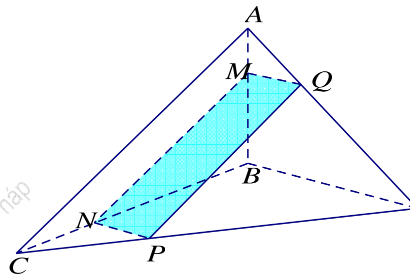
Vì (α) song song với AD nên (α) cắt hai mặt phẳng (SAD) và (ABCD) theo hai giao tuyến song song với AD.
Tương tự (α) song song với SC nên (α) cắt hai mặt phẳng (SAC) và (SCD) theo hai giao tuyến song song với SC.
Gọi $O = AC \cap BD$, ta có SC//OM(đường trung bình trong tam giác SAC)
Qua O kẻ đường thẳng song song với AD, cắt AB và CD tại Q và P. Qua M, kẻ đường thẳng song song với AD cắt SD tại N.
Theo nhận xét trên, ta có MN // PQ // SC
Vậy thiết diện là hình thang MNPQ



Bài 3.10. Cho tứ diện ABCD. Trên AB lấy điểm M. Cho (α) là mặt phẳng qua M, song song với hai đường thẳng AC và BD.
a) Tìm giao tuyến của (α) với các mặt của tứ diện
b) Thiết diên của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì?

HD Giải

a) Giao tuyến của (α) với các mặt của tứ diện là các cạnh của tứ giác MNPQ có:
MN // PQ //AC và MQ // NP // BD
b) Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) với tứ diện là hình bình hành MNPQ



Bài 3.11. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là một tứ giác lồi. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) đi qua O, song song với AB và SC. Thiết diện đó là hình gì?

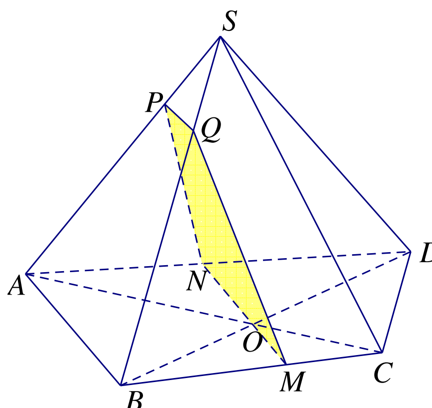
HD Giải

Ta có: $\left.\begin{array}{l} (\alpha)//AB \\ AB \subset (ABCD) \\ (\alpha)\cap(ABCD) = MN \end{array}\right\} \Rightarrow MN//AB$

$\left.\begin{array}{l} (\alpha)//SC \\ SC \subset (SBC) \\ (\alpha)\cap(SBC) = MQ \end{array}\right\} \Rightarrow MQ//SC$

$\left.\begin{array}{l} (\alpha)//AB \\ SC \subset (SAB) \\ (\alpha)\cap(SAB) = PQ \end{array}\right\} \Rightarrow PQ//AB$

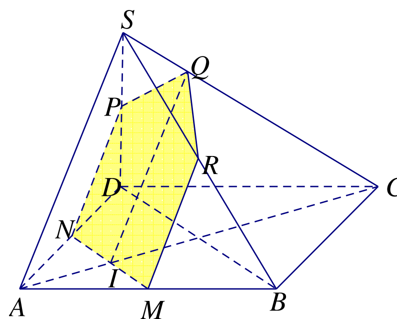
Vậy MN // PQ. Do đó tứ giác MNPQ là hình thang



Bài 3.12. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng đi qua trung điểm M của cạnh AB, song song với BD và SA.

HD Giải

Qua M vẽ đường thẳng song song với BD cắt AD tại N và cắt AC tại I. Qua M, I, N vẽ các đường thẳng song song với SA lần lượt cắt SB, SC, SD tại R, Q, P.
Thiết diện là ngũ giác MNPQR.



Bài 3.13. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. M là một điểm di động trên đoạn AB. Một mặt phẳng (α) đi qua M và song song với SA và BC; (α) cắt SB, SC và CD tại N, P, Q
a) Tứ giác MNPQ là hình gì?
b) Gọi I là giao điểm của MN và PQ. Chứng minh rằng I nằm trên một đường thẳng cố định.

HD Giải

a) Vì $M \in (SAB)$ và $\begin{cases}(\alpha)//AB \\ SA \subset (SAB)\end{cases}$ nên

$(\alpha) \cap (SAB) = MN$ và MN // AB.
Tương tự $(\alpha) \cap (SBC) = NP$ và NP // BC;
$(\alpha) \cap (SCD) = PQ$; $(\alpha) \cap (ABCD) = MQ$ và MQ // BC. Từ đó suy ra, tứ giác ABCD là hình thang.

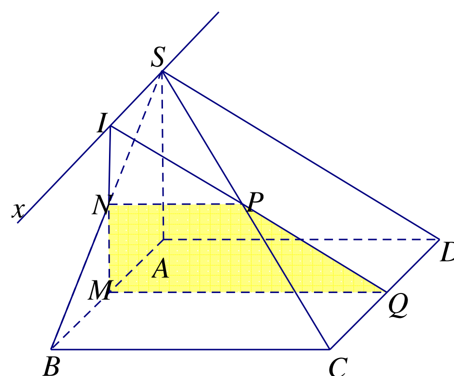
b) Ta có $\begin{cases}S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB), CD \subset (SCD) \\ AB//CD\end{cases}$

$\Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx$ và Sx // AB // CD

$MN \cap PQ = I \Rightarrow \begin{cases}I \in MN \subset (SAB) \\ I \in PQ \subset (SCD)\end{cases}$

$\Rightarrow I \in (SAB) \cap (SCD) \Rightarrow I \in Sx$

(SAB) và (SCD) cố định nên Sx cố định.
Dó đó I thuộc đường thẳng Sx cố định.



§4. HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

I	Định nghĩa: Hai mặt phẳng (α) và (β) được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung. Kí hiệu: $(\alpha)//(\beta)$ hoặc $(\beta)//(\alpha)$. Như vậy $(\alpha)//(\beta) \Leftrightarrow (\alpha)\cap(\beta)=\emptyset$	
II	II. Tính chất.	
1.	Định lí 1. Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song với mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β); nghĩa là $\left.\begin{array}{l} a\subset(\alpha), b\subset(\alpha)\\ a\cap b=M\\ a//(\beta), b//(\beta)\end{array}\right\}\Rightarrow(\alpha)//(\beta)$	
	Hệ quả: Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a và b, mặt phẳng (β) chứa hai đường thẳng cắt nhau a' và b' đồng thời a // a', b // b' thì mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β).	
2	Định lí 2. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.	
	Hệ quả 1. Nếu đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) thì trong (α) có một đường thẳng song song với d và qua d có duy nhất một mặt phẳng (β) song song với (α).	
	Hệ quả 2. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.	
	Hệ quả 3. Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α). Mọi đường thẳng đi qua A và song song với (α) đều nằm trong mặt phẳng đi qua A và song song với (α).	
3	Định lí 3. Cho hai mặt phẳng song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.	
	Hệ quả: Hai mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến song song những đoạn thẳng bằng nhau.	

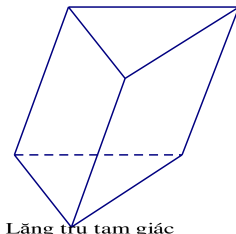
4	Định lí 4(Định lí Ta-lét). Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ. $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$	
5	Định lí Ta-lét đảo. Giả sử trên hai đường thẳng chéo nhau lần lượt lấy các điểm A, B, C và A’, B’, C’ sao cho $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CA}{C'A'}$ Khi đó AA’, BB’, CC’ lần lượt nằm trên ba mặt phẳng song song, tức là chúng cùng song song với một mặt phẳng.	

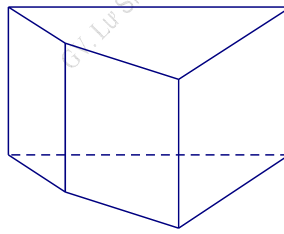
III. Hình lăng trụ và hình chóp cụt

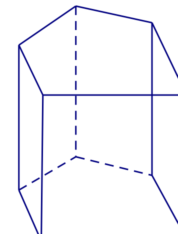
1. Hình lăng trụ

Hình lăng trụ là một hình đa diện có hai mặt nằm trong hai mặt phẳng song song (gọi là hai đáy) và tất cả các cạnh không thuộc hai đáy đều song song với nhau (gọi là cạnh bên)

- Hai đáy của hình lăng trụ là các đa giác bằng nhau
- Các mặt khác hai đáy gọi là mặt bên: Mỗi mặt bên là một hình bình hành
- Các mặt tạo bởi hai cạnh bên không liên tiếp gọi là mặt chéo: Mỗi mặt chéo là một hình bình hành
- Đường chéo của các mặt chéo là đường chéo của hình lăng trụ
- Tùy theo đáy, ta gọi hình lăng trụ tam giác, hình lăng trụ tứ giác, hình lăng trụ lục giác, . . .


Lăng trụ tam giác

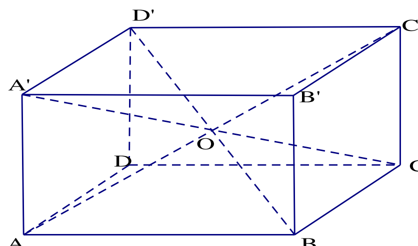

Lăng trụ tứ giác


Lăng trụ ngũ giác

2. Hình hộp

Hình hộp là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.

- 6 mặt của hình hộp chữ nhật đều là hình bình hành
- Các đường chéo của hình bình hành đồng qui tại một điểm là trung điểm của mỗi đường chéo (điểm đó gọi là tâm của hình hộp)
- Hình hộp có tất cả các mặt bên và các mặt đáy đều là hình chữ nhật gọi là hình hộp chữ nhật
- Hình hộp có tất cả các mặt bên và các mặt đáy đều là hình vuông gọi là hình lập phương



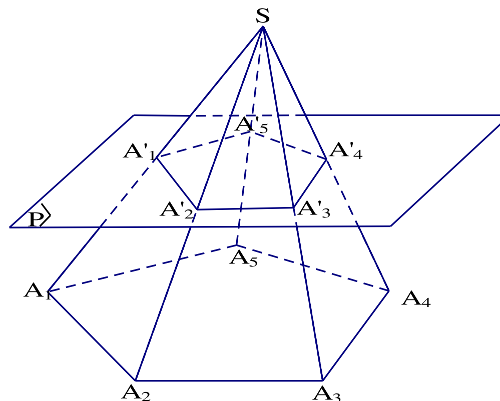
3. Hình chóp cụt

Cho hình chóp $S.A_1A_2...A_n$. Một mặt phẳng không qua đỉnh, song song với mặt phẳng đáy của hình chóp cắt các cạnh $SA_1, SA_2, . . ., SA_n$ lần lượt tại $A_1', A_2', ..., A_n'$. Hình toạ bởi thiết diện $A_1'A_2'...A_n'$ và đáy $A_1A_2...A_n$ của hình

chóp cùng các tứ giác $A_1'A_2'A_2A_1, A_2'A_3'A_3A_2, ..., A_n'A_1'A_1A_n$ được gọi là hình chóp cụt, kí hiệu $A_1'A_2'...A_n'.A_1A_2..A_n$

Hình chóp cụt có:

- Hai đáy là hai da giác có cạnh tương ứng song dong và tỉ số các cạnh tương ứng bằng nhau
- Các mặt bên là những hình thang
- Các đường thẳng chứa các cạnh bên đồng qui tại một điểm.



B. BÀI TẬP

Vấn đề 1. Chứng minh hai mặt phẳng song song

Phương pháp:

1. Vận dụng định lí 1: Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau *a, b* và *a, b* cùng song với mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β): $\left.\begin{matrix} a \subset (\alpha), b \subset (\alpha) \\ a \cap b = M \\ a // (\beta), b // (\beta) \end{matrix}\right\} \Rightarrow (\alpha) // (\beta)$

2. Ta chứng minh hai mặt phẳng (α) và (β) cùng song song với mặt phẳng thứ ba (γ)

Bài 4.1. Cho từ diện ABCD. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ABD. Chứng minh mặt phẳng $(G_1G_2G_3)$ song song với mặt phẳng (BCD).

HD Giải

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD, DB. Ta có:

$M \in AG_1$ và $\frac{AG_1}{AM} = \frac{2}{3}$

$N \in AG_2$ và $\frac{AG_2}{AN} = \frac{2}{3}$

$P \in AG_3$ và $\frac{AG_3}{AP} = \frac{2}{3}$

Do đó $\frac{AG_1}{AM} = \frac{AG_2}{AN} \Rightarrow G_1G_2 // MN$

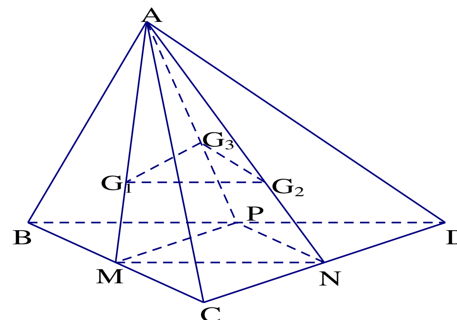
Vì MN nằm trong (BCD) nên $G_1G_2 // (BCD)$

Tương tự $\frac{AG_1}{AM} = \frac{AG_3}{AP} \Rightarrow G_1G_3 // MP$

Vì MP nằm trong (BCD) nên $G_1G_3 // (BCD)$.

Như vậy

$$\begin{cases} G_1G_2 \subset (G_1G_2G_3) \\ G_1G_3 \subset (G_1G_2G_3) \\ G_1G_2 \cap G_1G_3 = G_1 \Rightarrow (G_1G_2G_3) // (BCD) \\ G_1G_2 // (BCD) \\ G_1G_3 // (BCD) \end{cases}$$



Bài 4.2. Cho hai hình vuông ABCD và ABEF ở trong hai mặt phẳng phân biệt. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M và N sao cho AM = BN. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M và N lần lượt cắt AD và AF tại M' và N'. Chứng minh:

a) (ADF) // (BCE)

b) M'N' // DF

c) (DEF) // (MM'N'N) và MN // (DEF).

HD Giải

a) Ta có:

$\left.\begin{matrix} AD//BC \\ BC\subset (BCE) \end{matrix}\right\} \Rightarrow AD//(BCE)$

$\left.\begin{matrix} AF//BE \\ BE\subset (BCE) \end{matrix}\right\} \Rightarrow AF//(BCE)$

mà $AD, AF \subset (ADF)$

Nên (ADF) // (BCE)

b) Vì ABCD và ABEF là các hình vuông nên AC = BF.

Ta có: $MM'//CD \Rightarrow \frac{AM'}{AD} = \frac{AM}{AC} (1)$

$NN'//AB \Rightarrow \frac{AN'}{AF} = \frac{BN}{BF} (2)$

Từ (1) và (2): $\frac{AM'}{AD} = \frac{AN'}{AF} \Rightarrow M'N'//DF$

c) Từ chứng minh trên suy ra: DF // (MM'N'N)

$\left.\begin{matrix} NN'//AB \Rightarrow NN'//EF \\ NN'\subset (MM'N'N) \end{matrix}\right\}$

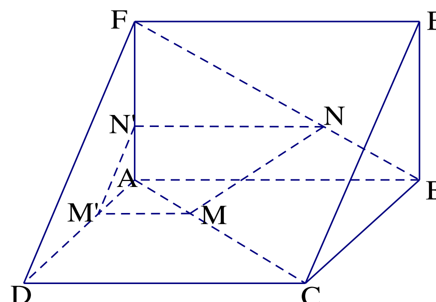
$\Rightarrow EF//(MM'N'N)$

Mà DF, EF chứa trong (MM'N'N)

Nên (DEF) // (MM'N'N)

Vì MN chứa trong (MM'N'N) và (DEF)//(MM'N'N)

Nên MN // (DEF)



Bài 4.3. Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Gọi H là trung điểm của A'B'.
a) Chứng minh rằng: CB' // (AHC')
b) Tìm giao tuyến d của (AB'C') và (ABC).

HD Giải

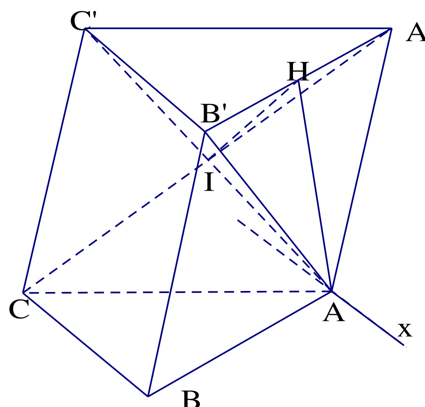
a) Ta có tứ giác AA'C'C là hình bình hành suy ra A'C cắt AC' tại trung điểm I của mỗi đường.
Do đó IH // CB'(đường trung bình của tam giác CB'A')
Mà IH chứa trong (AHC') nên CB' // (AHC')

b) Ta có $\begin{cases} A\in (AB'C') \\ A\in (ABC) \end{cases}$

$\Rightarrow A\in (AB'C')\cap(ABC)$

Mà $\begin{cases} B'C'//BC \\ B'C'\subset (AB'C') \\ BC\subset (ABC) \end{cases}$

Nên $(AB'C')\cap(ABC) = Ax//BC//B'C'$



Bài 4.4. Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và B'C'
a) Chứng minh rằng AM song song với A'M'
b) Tìm giao điểm của mặt phẳng (AB'C') với đường thẳng A'M
c) Tìm giao tuyến d của hai mặt phẳng (AB'C') và (BA'C')
d) Tìm giao điểm G của đường thẳng d với mặt phẳng (AM'M). Chứng minh G là trọng tâm của tam giác AB'C'.

HD Giải

a) MM' // BB' và MM' = BB' =>MM' // AB và MM' = AB(hình lăng trụ)
Suy ra tứ giác AA'M'M là hình bình hành => AM // A'M'

b) Gọi $I = A'M \cap AM'$
Ta có:

$\left.\begin{matrix} I\in AM'\subset (AB'C') \\ I\in A'M \end{matrix}\right\} \Rightarrow I = A'M\cap(AB'C')$ c)

$\left.\begin{matrix} C'\in (AB'C') \\ C'\in (BA'C') \end{matrix}\right\} \Rightarrow C'\in (AB'C')\cap(BA'C')$

$AB'\cap A'B = O$

$\Rightarrow \begin{cases} O \in (AB'C') \\ O \in (BA'C') \end{cases} \Rightarrow O \in (AB'C') \cap (BA'C')$

$\Rightarrow d \equiv C'O = (AB'C') \cap (BA'C')$

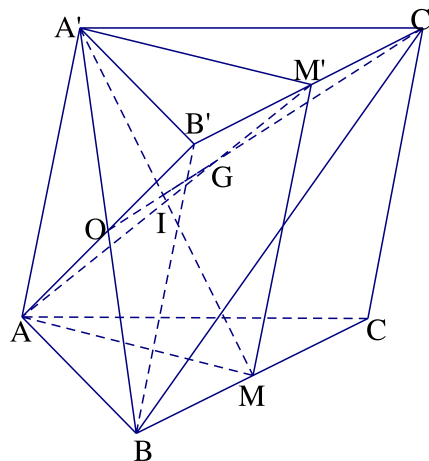
$d) \begin{cases} d \subset (AB'C') \\ AM' \subset (AB'C') \end{cases} \Rightarrow d \cap AM' = G$

$\Rightarrow \begin{cases} G \in d \\ G \in AM' \end{cases} \Rightarrow G \in (AM'M)$

Ta có $OC'\cap AM' = G$

Mà OC', AM' là trung tuyến tam giác AB'C'

Vậy G là trọng tâm của tam giác AB'C'

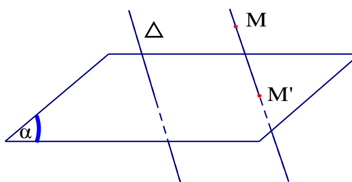


§5. PHÉP CHIẾU SONG SONG

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. Phép chiếu song song

- Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ cắt (α). Với mỗi điểm M trong không gian, đường thẳng qua M và song song hoặc trùng với Δ cắt (α) tại điểm M' xác định.
- Điểm M' gọi là hình chiếu song song của điểm M trên mặt phẳng (α) theo phương Δ.
- Mặt phẳng (α) được gọi là mặt phẳng chiếu, phương của đường thẳng Δ được gọi là phương chiếu.
- Phép đặt tương ứng mỗi điểm M trong không gian với hình chiếu M' của nó trên mặt phẳng (α) được gọi là phép chiếu song song lên (α) theo phương Δ



2. Các tính chất của phép chiếu song song (với đường thẳng và đoạn thẳng không song song hoặc trùng với phương chiếu)

- Phép chiều song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó;
- Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng;
- Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau;
- Phép chiều song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

3. Hình biểu diễn của một số hình không gian trên mặt phẳng

- Một tam giác bất kì bao giờ cũng có thể là hình biểu diễn của một tam giác tuỳ ý cho trước (có thể là tam giác đều, tam giác cân, tam giác vuông, . . .);
- Một hình bình hành bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình bình hành tuỳ ý cho trước (có thể là hình bình hành, hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi, . . .).
- Một hình thang bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình thang tuỳ ý cho trước, miễn là tỉ số độ dài hai đáy của hình biểu diễn phải bằng tỉ số độ dài hai đáy của hình đã cho.
- Người ta thường dùng hình elip để biểu diễn hình tròn.

B. BÀI TẬP

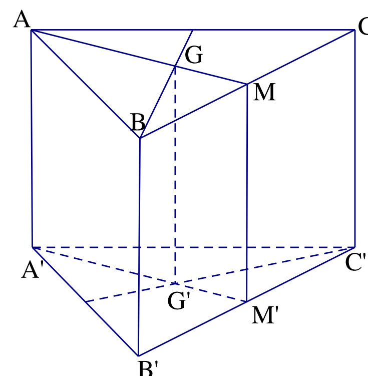
Bài 5.1. Tam giác ABC có hình chiếu song song là tam giác A'B'C'. Chứng minh rằng trọng tâm của tam giác ABC có hình chiếu song song là trọng tâm của tam giác A'B'C'.

HD Giải

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC G' là hình chiếu song song của nó. Gọi M là trung điểm của BC thí A, G, M thẳng hàng.

Gọi M' là hình chiếu của M. Khi đó theo tính chất của phép chiếu song song ta có:A', G' M' thẳng hàng và $\frac{A'G'}{A'M'} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$ (1); B', M', C' thẳng hàng và $\frac{B'M'}{M'C'} = \frac{BM}{MC} = \frac{2}{3}$ (2)

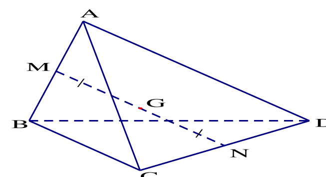
Từ (1) và (2) suy ra G' là trọng tâm của tam giác A'B'C'.



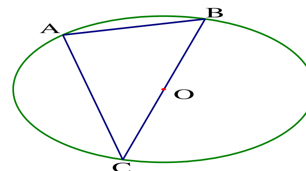
Bài 5.2.
a) Vẽ hình biểu diễn của một tứ diện và trọng tâm của nó.
b) Vẽ hình biểu diễn của tam giác vuông nột tiếp trong đường tròn.

HD✍Giải

a) Vẽ hình biểu diễn của tứ diện ABCD. Lấy M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD thì trung điểm G của MN sẽ biểu diễn cho trọng tâm của tứ diện.



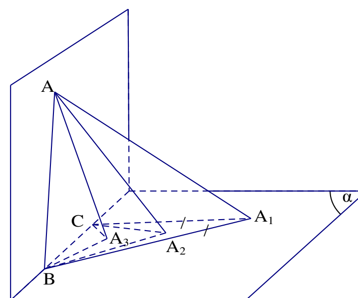
b) Vẽ elip tâm O là hình biểu diễn của đường tròn đã cho. Lấy hai điểm A và B là hai điểm trên elip sao cho B, C, O thẳng hàng và một điểm A thuộc elip sao cho A khác với B và C. Khi đó, tam giác ABC là hình biểu diễn của một tâm giác vuông nội tiếp trong một đường tròn.



Bài 5.3. Cho tam giác ABC. Hãy chọn mặt phẳng chiếu (α) và phương chiếu của tam giác ABC trên (α) là:
a) Một tam giác cân b) Một tam giác đều c) Một tam giác vuông

HD✍Giải

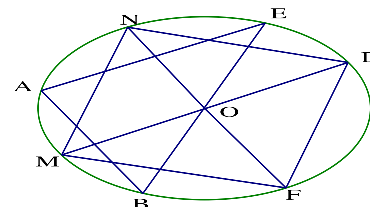
a) Qua BC dựng một mặt phẳng (α) không đi qua A. Trong mặt (α) ta dựng tam giác cân BCA_1($BA_1 = CA_1$). Khi đó, phép chiếu song song lên (α) theo phương chiếu $\Delta = AA_1$ biến tam giác ABC thành tam giác cân A_1BC.
b) Trong (α) ở câu a), ta dựng tam giác BCA_2 và
c) Chọn phương chiếu $\Delta = AA_2$. Trong mặt phẳng (α) câu a), ta dựng tam giác vuông BCA_3 $\left(\widehat{BA_3C}\right) = 90^0$ và chọn phương $\Delta = AA_3$.



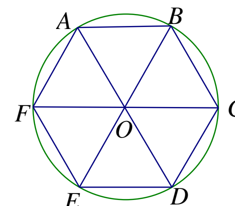
Bài 5.4.
a) Vẽ hình biểu diễn của một hình vuông nội tiếp trong một đường tròn.
b) Vẽ hình biểu diễn của một lục giác đều.

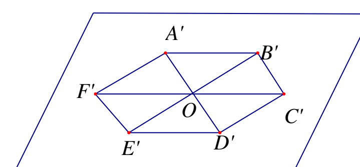
HD✍Giải

a) Vẽ tam giác tam giác vuông nội tiếp trong một đường tròn . Qua O ta kẻ hai dây ME và NF của elip lần lượt song song với AC và AB. Khi đó, tứ giác MNEF là hình biểu diễn của một hình vuông nội tiếp trong một đường tròn.



b) Xét hình lục giác đều ABCDEF , ta nhận thấy:
- Tứ giác OABC là hình thoi
- Các điểm D, E, F lần lượt là các điểm đối xứng của các điểm A, B, C qua tâm O
Từ đó, suy ra cách vẽ hình biểu diễn của lục giác đều ABCDEF như sau:
- Vẽ hình bình hành O'A'B'C' biểu diễn cho hình thoi OABC.
- Lấy cá điểm D', E', F' lần lượt đối xứng với các điểm A', B' C' qua O', ta được hình biểu diễn A' B'C'D'E'F' của hình lục giác đều ABCDEF.





ÔN TẬP CHƯƠNG II

A. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN CỦA CHƯƠNG II

DẠNG 1. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng
Phương pháp 1. (áp dụng nội dung tính chất 5 của bài 1 sgk/47). Ta tìm hai điểm chung phân biệt của hai mặt phẳng. Cụ thể: $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (\beta) \\ N \in (\alpha) \cap (\beta) \\ M \not\equiv N \end{cases} \Rightarrow MN = (\alpha) \cap (\beta)$

Phương pháp 2. (Áp dụng HQ của nội dung Định lí 2 của bài sgk/57)

Cụ thể: $\begin{cases} (a) \not\equiv (\beta) \\ a // b \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (\beta) = \Delta, \Delta // a // b$ hoặc trùng với một trong hai đường thẳng a và b.

Phương pháp 3. (Áp dụng nội dung Định lí 2 của bài 3 sgk/61)

Cụ thể: $\left.\begin{matrix} a // (\alpha) \\ a \subset (\beta) \end{matrix}\right\} \Rightarrow (\beta) \cap (\alpha) = b, b // a$

DẠNG 2. Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng
Phương pháp: Tìm giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (α), phương pháp chung:

- ✍ $\left.\begin{matrix} d' \subset (\alpha) \\ d' \cap d = I \end{matrix}\right\} \Rightarrow I = d \cap (\alpha)$
- ✍ Chọn mặt phẳng (β) chứa đường thẳng d sao cho dễ tìm giao tuyến với (α) là d'

Cụ thể: $\left.\begin{matrix} d \subset (\beta) \\ (\beta) \cap (\alpha) = d' \\ d' \cap d = I \end{matrix}\right\} \Rightarrow I = d \cap (\alpha)$

DẠNG 3. Chứng đường thẳng song song với mặt phẳng
Phương pháp: (áp dụng nội dung Định lí 1 của bài 3 sgk/61)

Cụ thể: $\left.\begin{matrix} d \not\subset (\alpha) \\ d // d' \\ d' \subset (\alpha) \end{matrix}\right\} \Rightarrow d // (\alpha)$

DẠNG 4. Chứng minh hai mặt phẳng song song
Phương pháp: (Áp dụng nội dung Định lí 1 của bài 4 sgk/64)

Cụ thể: $\left.\begin{matrix} a, b \subset (\alpha) \\ a // (\beta), b // (\beta) \\ a \cap b = M \end{matrix}\right\} \Rightarrow (\alpha) // (\beta)$

DẠNG 5. Dựng thiết diện
Dựng thiết diện của hình (H) khi cắt bởi mặt phẳng (α):

Phương pháp chung: Ta tìm các giao tuyến (nếu có) của (α) với mặt đáy và các mặt bên của hình (H). Đoạn nối giữa các giao tuyến cho ta một hình, hình đó là thiết diện cần tìm.
***Lưu ý*:**

① **Dựng thiết diện song song với một đường thẳng:** (α) đi qua một điểm và song song với hai đường thẳng trong hình (H) hoặc qua hai điểm và song song với một đường thẳng trong hình (H).

Phương pháp: Cho đường thẳng *d* song song với mặt phẳng (α). Nếu mặt phẳng (β) chứa *d* và cắt (α) theo giao tuyến d' thì d' song song với *d*.

② **Dựng thiết diện song song với một mặt phẳng trong hình (H)**: (α) song song với một mặt phẳng nào đó trong hình (H).

Phương pháp:

✍ *ÁP dụng*: Khi (α) song song với một mặt phẳng (β) nào đó thì (α) sẽ song song với tất cả đường thẳng trong (β).

✍ Để xác định giao tuyến của (α) với các mặt của hình (H), ta làm như sau:

- Tìm đường thẳng *d* nằm trong (β)
- Vì $(\alpha)//(\beta)$ nên (α) cắt những mặt phẳng chứa *d* theo các giao tuyến song song với *d*.

DẠNG 6. Chứng minh hai đường thẳng song song

Phương pháp:

1. Chứng minh chúng cùng thuộc một mặt phẳng và dùng phương pháp chứng minh hai đường thẳng song song trong hình học phẳng(như tính chất đường trung bình của tam giác, định lí Talét đảo, tính chất song song của hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba, …)

2. Chứng minh chúng cùng song song với đường thẳng thứ ba.

3. Dùng tính chất: Hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng(nếu có) cũng song song với hai đường thẳng ấy. Tức là: $\begin{cases} a \in (\alpha) \\ b \in (\beta) \\ a // b \\ (\alpha) \cap (\beta) = c \end{cases} \Rightarrow c // a // b$

4. Dùng định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng: $\begin{cases} \alpha \cap \gamma = a \\ \beta \cap \gamma = b \\ \alpha \cap \beta = c \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a // b // c \\ a, b \text{ đồng quy} \end{array} \right.$

DẠNG 7. Chứng minh ba điểm thẳng hàng, ba đường thẳng đồng qui.

Phương pháp:

✍ Để chứng minh ba điểm thẳng hàng, ta chứng minh chúng cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt. Khi đó chúng thuộc giao tuyến hai mặt phẳng đó.

✍ Để chứng minh ba đường thẳng đồng qui, ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng này là điểm chung của hai mặt phẳng mà giao tuyến là đường thẳng thứ ba.

B. BÀI TẬP

Bài 1. Cho hình thang ABCD và ABEF có chung đáy lớn AB và không cùng nằm trong một mặt phẳng

a) Tìm giao tuyến của các mặt phẳng sau: (AEC) và (BFD); (BCE) và (ADF)

b) Lấy M là một điểm thuộc đoạn DF. Tìm giao tuyến của đường thẳng AM với mp(BCE)

c) Chứng minh hai đường thẳng AC và BF không cắt nhau.

HD✍Giải

a) Gọi $G = AC \cap BD; H = AE \cap BF$

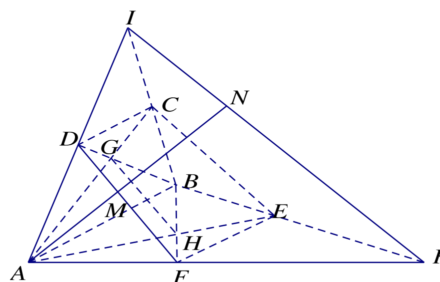
Ta có $(AEC) \cap (BFD) = HG$

Tương tự: Gọi $I = AD \cap BC; K = AF \cap BE$

Ta có: $(BCE) \cap (ADF) = IK$

b) Gọi $N = AM \cap IK$. Ta có: $N = AM \cap (BCE)$

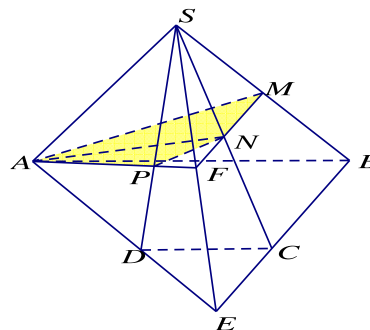
c) Nếu AC và BF cắt nhau thì hai hình thang đã cho cùng nằm trên một mặt phẳng. Điều này trái với giả thiết.



Bài 2. Cho hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là hình thang và AB là đáy lớn. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của các cạnh SB và SC.
a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC)
b) Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN)
Tìm thiết diện của hình chóp S.ABCD cắt bởi mặt phẳng (AMN).

HD Giải

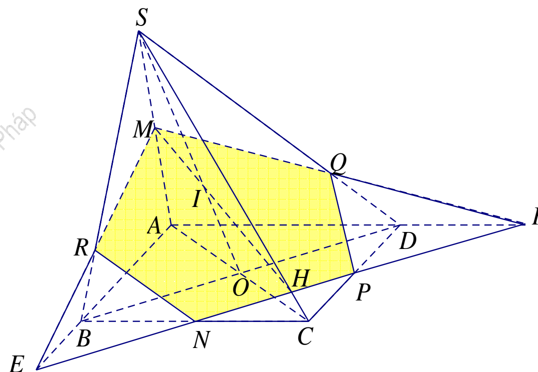
a) Gọi $E = AD \cap BC$. Ta có $(SAD) \cap (SBC) = SE$
b) Gọi $F = SE \cap MN, P = SD \cap AF$ Ta có: $P = SD \cap (AMN)$
c) Thiết diện là tứ giác APNM



Bài 3. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi O là giao điểm hai đường chéo, M, N, P, theo thứ tự là trung điểm các đoạn thẳng SA, BC, CD.
a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).
b) Tìm giao điểm của đường thẳng SO với mp(MNP).
c) Tìm thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mp(MNP).

HD Giải

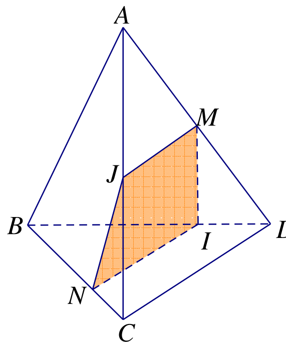
a) Ta có $(SAC) \cap (SBD) = SO$
b) Gọi $H = AC \cap NP; I = SO \cap MH$. Ta có: $I = SO \cap (MNP)$
c) Gọi $E = AB \cap NP; F = AD \cap NP$. $R = SB \cap ME; Q = SD \cap MF$. Thiết diện cần tìm là ngũ giác MQPNR



Bài 5. Cho tứ diện ABCD. Trên AD lấy trung điểm M, trên cạnh BC lấy một điểm N bất kì khác B và C. Gọi (P) là mặt phẳng qua đường thẳng MN và song song với CD.
a) Xác định thiết diện của tứ diện ABCD khi cắt bởi mp(P).
b) Xác định vị trí N trên BC sau cho thiết diện là một hình bình hành.

HD Giải

a) Ta có
$CD \subset (ACD), CD // (P) \Rightarrow (ACD) \cap (P) = MJ$. Sao cho MJ // CD (J thuôc trên AC)
Tương tự, ta có: $(BCD) \cap (P) = NI$, sao cho NI//CD và I thuộc BD.
Vậy thiết diện là hình thang MINJ (MJ // NI)
b) Ta có: $MJ = \dfrac{CD}{2}$. Vậy để hình thang MINJ là hình bình hành $\Leftrightarrow NI = MJ = \dfrac{1}{2}CD$
Suy ra: N là trung điểm của BC



Bài 6. Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC.
a) Tìm giao điểm I của AM với (SBD). Chứng minh: IA = 2IM
b) Tìm giao điểm F của SD với (ABM). Chứng minh F là trung điểm của SD
c) Gọi N là một điểm tùy ý trên AB. Tìm giao điểm của MN với (SBD).

HD✍Giải

a) Tìm giao điểm I của AM với (SBD):
Gọi $O = AC \cap BD$. Trong mp (SAC), có $I = SO \cap AM$

khi đó $\begin{cases} I \in AM \\ I \in SO \subset (SBD) \end{cases}$

$\Rightarrow I = AM \cap (SBD)$

Chứng minh IA = 2IM:
Trong tam giác *SAC*: *AM*; *SO* là trung tuyến và $I = SO \cap AM$
$\Rightarrow$I là trọng tâm của tam giác SAC => IA = 2IM.

b) Tìm giao điểm F của SD với (ABM)
Trong (SBD), gọi $F = SD \cap BI$,

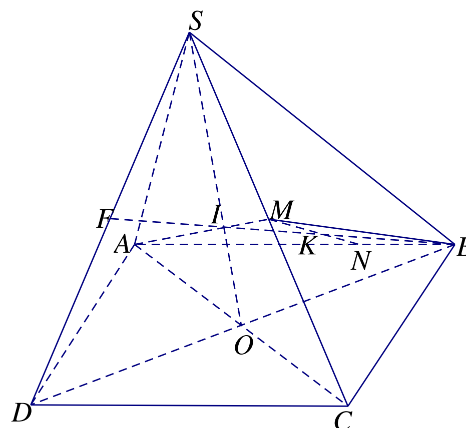
khi đó: $\begin{cases} F \in SD \\ F \in BI \subset (ABM) \end{cases}$

$\Rightarrow F = SD \cap (ABM)$

Chứng minh *F* là trung điểm của *SD*: *I* là trọng tâm tam giác *SAC* => *SI* = 2*IO*
Trong tam giác *SBD* có: *SO* là trung tuyến và *SI* = 2*IO* suy ra *I* là trọng tâm của tam giác SBD.
Từ đó suy ra: *F* là trung điểm của *SD*

c) Tìm giao điểm của *MN* với (*SBD*):
Gọi $K = MN \cap BI$,(Trong (*ABM*)), khi đó

$\begin{cases} K \in MN \\ K \in BI \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow K = MN \cap (SBD)$



BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài 1. Cho hình chóp *S.ABCD* có *AB* và *CD* không song song. Gọi *M* là một điểm thuộc miền trong của tam giác *SCD*.
a) Tìm giao điểm *N* của đường thẳng *CD* và mặt phẳng (*SBM*)
b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (*SBM*) và (*SAC*)
c) Tìm giao điểm *I* của đường thẳng *BM* và mp(*SAC*)
d) Tìm giao điểm *P* của *SC* và mp(*ABM*), từ đó suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng (*SCD*) và (*ABM*)

Bài 2. Cho hình chóp *S.ABCD*. Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm các cạnh *SA, SD* và *G* là trọng tâm của tam giác *SCD*. Tìm giao điểm của:
a) *MG* và mp(*ABCD*) b) *BN* và mp(*SAG*)

Bài 3. Cho hình chóp *S.ABCD*. Gọi *M* là một điểm nằm trong tam giác *SCD*.
a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (*SBM*) và (*SAC*)
b) Tìm giao điểm của đường thẳng *BM* và mp(*SAC*)
c) Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (*ABM*)

Bài 4. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình thang *ABCD* (*AB* // *CD*, *AB* > *CD*). Gọi *I, J* theo thứ tự là trung điểm của các cạnh *SB* và *SC*.
a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (*SAD*) và (*SBC*), (*SAC*) và (*SBD*)
b) Tìm giao điểm của đường thẳng *SD* với mp(*AIJ*)
c) Xác định thiết diện của hình chóp *S.ABCD* cắt bởi mp(*AIJ*)

Bài 5. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình bình hành. Gọi *M* là điểm giữa *S* và *A*; *N* là điểm nằm giữa *S* và *B*; giao điểm của hai đường thẳng *AC* và *BD* là *O*.
a) Tìm giao điểm của mặt phẳng (*CMN*) với đường thẳng *SO*
b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (*SAD*) và (*CMN*)
c) Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (*CMN*).

Bài 6. Cho hình thang *ABCD* và *ABEF* có chung đáy lớn *AB* và không cùng nằm trong một mặt phẳng

a) Tìm giao tuyến của các mặt phẳng sau: (AEC) và (BFD); (BCE) và (ADF)
b) Lấy M là một điểm thuộc đoạn DF. Tìm giao tuyến của đường thẳng AM với mp(BCE)

Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên đoạn SA lấy điểm M sao cho $2SM = MA$, trên đoạn SB lấy điểm N sao cho $2SN = NB$.
a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD); (SAD) và (SBC)
b) Chứng minh rằng: $MN \parallel CD$
c) Điểm P nằm trên cạnh SC không trùng với S, C. Tìm giao tuyến hai mp (MNP) và (SCD)

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.
a) Hãy xác định giao tuyến của các mặt phẳng (SAB) và (SCD); (SBC) và (SAD)
b) M là điểm thuộc cạnh SC, tìm thiết diện của hình chóp với mp(ABM). Thiết diện là hình gì?

Bài 9. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thang và AB là đáy lớn. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của các cạnh SB và SC.
a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC)
b) Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN)
c) Tìm thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (AMN).

Bài 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi O là giao điểm hai đường chéo. Gọi M, N, P, theo thứ tự là trung điểm các đoạn thẳng SA, BC, CD.
a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).
b) Tìm giao điểm của đường thẳng SO với mp(MNP).
c) Tìm thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mp(MNP).

Bài 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD.
a) Chứng minh rằng MN song song với các mặt phẳng (SBC) và (SAD).
b) Gọi P là trung điểm của SA. Chứng minh rằng SB và SC đều song song với mp (MNP)

Bài 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AD và $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD, G là trọng tâm của tam giác SCD.
a) Chứng minh rằng $OG \parallel (SBC)$
c) Cho M là trung điểm của SD. Chứng minh rằng $CM \parallel (SAB)$
d) Giả sử I nằm trên đoạn SC sao cho $SC = \frac{3}{2}SI$. Chứng minh rằng $SA \parallel (BID)$.

Bài 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang ($AD \parallel BC$, $AD > BC$). Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của AB, CD, SA.
a) Chứng minh rằng: $(MEN) \parallel (SBC)$
b) Trong tam giác SAD vẽ $EF \parallel AD$ $\left(F \in SD\right)$. Chứng minh rằng F là giao điểm của mặt phẳng (MNE) với SD. Từ đó suy ra thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mp(MNE) là hình gì?

Bài 14. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ABD. Chứng minh mặt phẳng $(G_1G_2G_3)$ song song với mặt phẳng (BCD).

Bài 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$, O là giao điểm của AC và BD, M là trung điểm của SA. Tìm thiết diện của mặt phẳng (α) với hình chóp $S.ABCD$ nếu (α) qua M và đồng thời song song với SC và AD.

Bài 16. Cho tứ diện $ABCD$. Trên AB lấy điểm M. Cho (α) là mặt phẳng qua M, song song với hai đường thẳng AC và BD.
a) Tìm giao tuyến của (α) với các mặt của tứ diện
b) Thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì?

Bài 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác lồi. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) đi qua O, song song với AB và SC. Thiết diện đó là hình gì?

Bài 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng đi qua trung điểm M của cạnh AB, song song với BD và SA.

Bài 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Gọi M, N, P, theo thứ tự là trung điểm các đoạn thẳng SA, BC, CD.

a) Tìm giao tuyến của mp(SAC) và mp(MNP). Từ đó suy ra giao điểm của đường thẳng SO với mp(MNP).

b) Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (α) qua M đồng thời song song với AB và SC.

Bài 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Gọi M, N, P, theo thứ tự là trung điểm các đoạn thẳng SA, BC, CD.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng SO với mp(MNP).

b) Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (P) qua M đồng thời song song với AB và SC. Thiết diện là hình gì?

Bài 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, CD.

a) Chứng minh rằng (OMN) // (SBC)

b) Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (OMN)

Bài 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SB, CD.

a) Chứng minh rằng: IJ //(SAD)

b) Gọi (α) là mặt phẳng qua IO và song song với SC. Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mp(α).

Bài 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm SC, AB.

a) Chứng minh rằng (OPQ) // (SAD)

b) Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (OPQ)

Bài 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SD, BC.

a) Chứng minh rằng: MN //(SAB)

Gọi (α) là mặt phẳng qua MO và song song với SA. Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mp(α).

Bài 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang (AB là đáy lớn). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SC.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng AN với mặt phẳng (SBD).

b) Gọi (α) là mặt phẳng qua MN và song song với CD. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α).

Bài 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy một điểm M trên cạnh SA nhưng không trùng với S và A.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng CM với mặt phẳng (SBD).

b) Gọi (α) là mặt phẳng qua M và đồng thời song song với AB, SC. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α).

Bài 27. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC và OB. Tìm giao điểm của SD với mặt phẳng (AMN).

Bài 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác lồi. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD; M là trung điểm của SD. Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (α) qua M, song song với SO và BC.

Bài 29. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang với AB là đáy lớn. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD. Tìm giao điểm của SC với mặt phẳng (BMN).

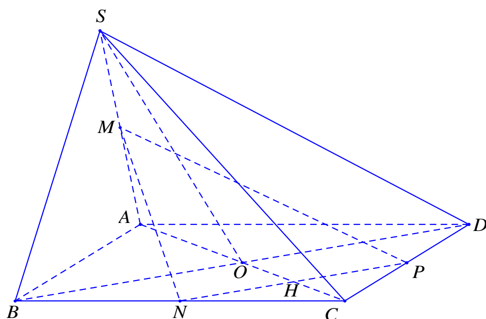
Bài 30. Cho hình chóp S.$ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (α) qua trung điểm M của CD, song song với AC và SD.

Bài 31. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là một tứ giác lồi. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD, M là trung điểm của cạnh SA.
a) Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (P) qua M, song song với SO và BC.
b) Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (Q) qua O, song song với BM và SD
Bài 32. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang (AD // BC). Gọi M, N, G lần lượt là trung điểm của AB, CD và trọng tâm tam giác SAD.
a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD)
b) Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNG)
c) Gọi O là giao điểm của AC và BD. Giả sử đường thẳng SO cắt mặt phẳng (MNG) tại E. Hãy xác định điểm E.
Bài 33. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng b. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC. Tính diện tích thiết diện của hình chóp với mặt phẳng đi qua M, N và song song với SB.
Bài 34. CHo hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Vẽ thiết diện của hình hộp tạo bởi mặt phẳng đi qua trung điểm M, N của các cạnh AB, AD và tâm O của hình bình hành CDD'C'.
Bài 35. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' và các trung điểm E, F của các cạnh AB, DD'. Hãy xác định các thiết diện của hình lập phương cắt bởi các mặt phẳng (EFB), (EFC), (EFC') và (EFK) với K là trung điểm của cạnh B'C'.
Bài 36. Cho tứ diện đều ABCD có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng b. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC. Tính diện tích thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P) đi qua M, N và song song với SB.
Bài 37. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang (AD//BC, AD > BC). Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của AB, CD, SA.
a) Chứng minh rằng: (MEN) // (SBC)
b) Trong tam giác SAD vẽ EF // AD $\left(F \in SD\right)$. Chứng minh rằng F là giao điểm của mặt phẳng (MNE) với SD. Từ đó suy ra thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mp(MNE) là hình gì?

CHƯƠNG II
ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN
QUAN HỆ SONG SONG

PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N,P theo thứ tự là trung điểm các đoạn thẳng SA,BC,CD. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$ (như hình vẽ). Xác định giao điểm I của đường thẳng SO với mặt phẳng (MNP).



A. $I = SO \cap NP$.

B. $I = SO \cap MH$.

C. $I = SO \cap MP$.

D. $I = SO \cap MN$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh AD và BC; G là trọng tâm của tam giác BCD. Xác định giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng $\left(ABC\right)$.

A. Giao điểm của MG và đường thẳng BC.
B. Điểm N.
C. Điểm C.
D. Giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AN.

Câu 3: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.

B. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước.

C. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (β).

D. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β).

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giả sử M thuộc đoạn thẳng SB. Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện là hình gì?

A. Hình chữ nhật. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình tam giác. **D.** Hình thang.

Câu 5: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.
B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

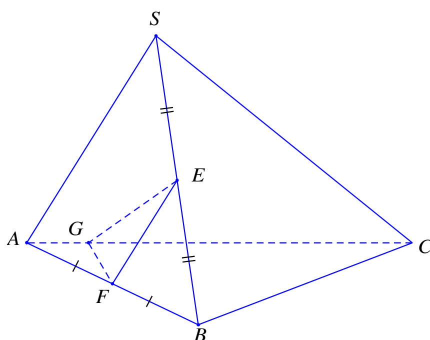
Câu 6: Cho tam giác ABC, lấy điểm I trên cạnh AC kéo dài. Mệnh đề nào dưới đây sai ?

A. $BI \not\subset (ABC)$. **B.** $I \in (ABC)$. **C.** $(ABC) \equiv (BIC)$. **D.** $A \in (ABC)$.

Câu 7: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b cùng chứa trong một mặt phẳng.

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 8: Cho tứ diện $SABC$ có E,F lần lượt là trung điểm của SB, AB. Lấy G là một điểm trên đoạn thẳng AC sao cho G không trùng với trung điểm AC. Gọi I là giao điểm của GF và mặt phẳng (SBC). Thiết diện của tứ diện khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) là hình nào dưới đây ?



A. Hình bình hành.

B. Hình thang.

C. Tam giác.

D. Hình thoi.

Câu 9: Mệnh đề nào dưới đây sai ?

A. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

B. Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β).

C. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước có nhiều hơn một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.

D. Nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (α) và d song song với đường d' nằm trong (α) thì d song song với (α).

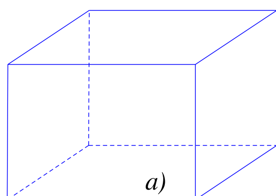
Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CB. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng song song đường thẳng nào dưới đây ?

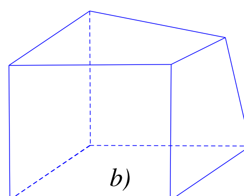
A. Đường thẳng AD. **B.** Đường thẳng IJ. **C.** Đường thẳng BI. **D.** Đường thẳng BJ.

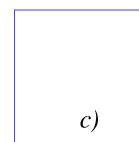
Câu 11: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng phân biệt. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. $(ABD) \parallel (EFC)$. **B.** $EC \parallel (ABF)$. **C.** $AD \parallel (BEF)$. **D.** $(AFD) \parallel (BEC)$.

Câu 12: Trong các hình sau đây, hình nào biểu diễn cho hình lập phương ?







A. Hình a) **B.** Hình a) và c) **C.** Hình b) **D.** Hình c) và b)

Câu 13: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể cắt nhau, trùng nhau, song song với nhau.

B. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau thì cắt nhau.

C. Hình chiếu song song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể trùng nhau.

D. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.

Câu 14: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

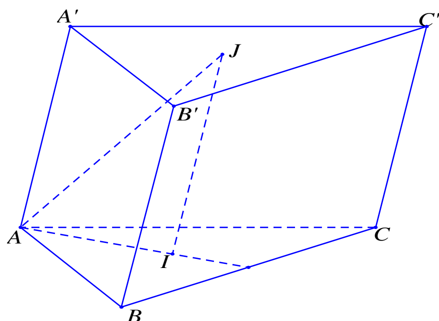
A. Nếu hai mặt phẳng song song thì mỗi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt kia.

B. Một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì cắt đường thẳng còn lại.

C. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

Câu 15: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và $A'B'C'$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (AIJ) với lăng trụ đã cho là hình nào dưới đây ? (tham khảo hình vẽ)



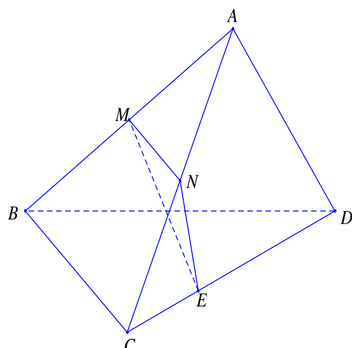
A. Hình bình hành.

B. Hình thang.

C. Tam giác cân.

D. Tam giác vuông.

Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC, E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Tìm thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$. (tham khảo hình vẽ)



A. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

B. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

C. Tam giác MNE.

D. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên BD.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy là tứ giác $ABCD$. Thiết diện của mặt phẳng (α) tùy ý với hình chóp không thể là hình nào dưới đây ?

A. Hình tứ giác. **B.** Hình ngũ giác. **C.** Hình tam giác. **D.** Hình lục giác.

Câu 18: Nếu ba đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau thì ba đường thẳng đó như thế nào ?

A. Cùng song song với một mặt phẳng. **B.** Trùng nhau.

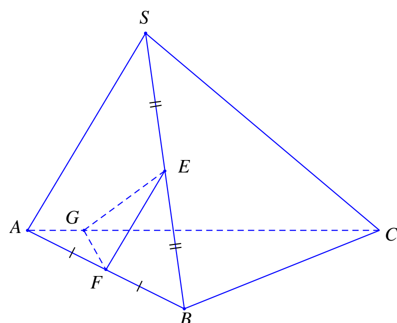
C. Tạo thành một tam giác. **D.** Đồng quy.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC và SD. Tìm mệnh đề **Đúng** trong các mệnh đề sau ?

A. $A'C' \parallel BD$. **B.** $A'C' \parallel (SBD)$.

C. $A'B' \parallel (SAD)$. **D.** $(A'C'D') \parallel (ABC)$.

Câu 20: Cho tứ diện $SABC$ có E, F lần lượt là trung điểm của SB, AB. Lấy G là một điểm trên đoạn thẳng AC sao cho G không trùng với trung điểm AC. Gọi I là giao điểm của GF và mặt phẳng (SBC). Điểm I thuộc đường thẳng nào dưới đây ?(tham khảo hình vẽ)



A. BC.

B. AB.

C. SA.

D. AC.

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AC. Xét vị trí tương đối của đường thẳng MN và mp(BCD). Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. MN nằm trong (BCD). ***B.*** MN không song song (BCD).

C. MN // (BCD). ***D.*** MN cắt (BCD).

Câu 22: Mệnh đề nào dưới đây sai ?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau

B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì cắt mặt phẳng còn lại

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau

D. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia

Câu 23: Cho hai đường thẳng a và b song song với mặt phẳng (α). Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. a và b trùng nhau **B.** a và b có thể cắt nhau

C. a và b chéo nhau **D.** a và b song song với nhau

Câu 24: Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b?

A. Không có mặt phẳng nào **B.** Ba mặt phẳng

C. Một mặt phẳng **D.** Hai mặt phẳng

Câu 25: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Nếu $a//b$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì $(\alpha)//(\beta)$ **B.** Nếu $(\alpha)//(\beta)$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì $a//b$

C. Nếu $(\alpha)//(\beta)$ và $b//(\beta)$ thì $a//b$ **D.** Nếu $(\alpha)//(\beta)$ và $a \subset (\alpha)$ thì $a//(\beta)$

Câu 26: Chọn phương án **Đúng**. Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) thì

A. có mọi đường thẳng b không chứa trong (α) song song với a

B. có duy nhất mặt phẳng (β) chứa a và song song với (α)

C. đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (α)

D. có duy nhất mặt phẳng (β) chứa b và b song song với (α)

Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh đều bằng a. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD thì đoạn G_1G_2 bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2a}{3}$ **B.** $\frac{a}{4}$ **C.** $\frac{a}{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 28: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **Đúng** ?

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau

B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau

C. Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì song song với nhau

D. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau

Câu 29: Có bao nhiêu cách xác định một mặt phẳng ?

A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

Câu 30: Tìm mệnh đề **Sai** trong các mệnh đề sau đây:

A. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau

B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song với nhau thì sẽ cắt mặt phẳng còn lại

C. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau

D. Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh đều bằng a. Lấy điểm M trên AB với $AM = \frac{a}{3}$. Diện tích của thiết diện của hình tứ diện khi cắt bởi mặt phẳng qua M và song song với mp(BCD) là :

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{12}$ **B.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{24}$ **C.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{18}$ **D.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{36}$

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi $AC \cap BD = I; AB \cap CD = J; AD \cap BC = K$. Đẳng thức nào **Sai** trong các đẳng thức sau đây?

A. $(SAC) \cap (SBD) = SI$ **B.** $(SAC) \cap (SAD) = AB$

C. $(SAB) \cap (SCD) = SJ$ **D.** $(SAD) \cap (SBC) = SK$

Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BD, AB, CD, AD, BC. Bốn điểm nào sau đây không đồng phẳng ?

A. M, P, R, S **B.** M, R, S, N **C.** P, Q, R, S **D.** M, N, P, Q

Câu 34: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **Sai** ?

A. Một mặt phẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì cắt đường thẳng còn lại

B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không cùng thuộc một mặt phẳng

C. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau

D. Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau

Câu 35: Cho hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa hai đường thẳng đó ?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4

Câu 36: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau có thể trùng nhau.

B. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu song song của nó.

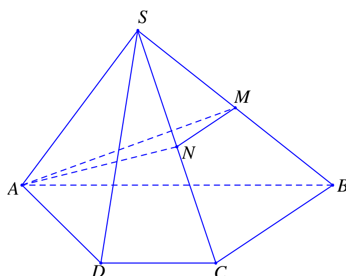
C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau có thể cắt nhau.

D. Một đường thẳng có thể song song hoặc trùng với hình chiếu song song của nó.

Câu 37: Trong không gian,cho hai mặt phẳng (α) và (β). Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa (α) và (β) ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang và BA là đáy lớn. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của cạnh SB và SC. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (AMN) là hình nào dưới đây?(tham khảo hình vẽ)



A. Hình chữ nhật.

B. Hình thanh.

C. Hình bình hành.

D. Tam giác.

Câu 39: Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai?

A. Hình hộp có các mặt đối diện bằng nhau.

B. Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên bằng nhau.

C. Hình hộp là một hình lăng trụ.

D. Hình lăng trụ có các mặt bên là hình bình hành.

Câu 40: Ký hiệu nào dưới đây sai ?

A. $A \not\subset (P)$. **B.** $A \in (P)$. **C.** $d \in (P)$. **D.** $A \in d$.

Câu 41: Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất ?

A. Bốn điểm. **B.** Ba điểm.

C. Một điểm và một đường thẳng. **D.** Hai đường thẳng cắt nhau.

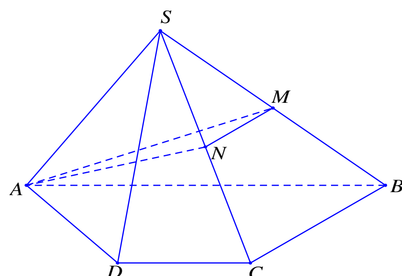
Câu 42: Giữa đường thẳng và mặt phẳng có bao nhiêu vị trí tương đối ?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường nào sau đây?

A. SC. **B.** AC. **C.** AD. **D.** BD.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang và BA là đáy lớn. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của cạnh SB và SC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).



A. SE với $E = AD \cap BC$.

B. Đường thẳng $\Delta, \left(S \in \Delta, \Delta // AD\right)$.

C. SO với $O = AC \cap BD$.

D. Đường thẳng $d, \left(S \in d, d // BC\right)$.

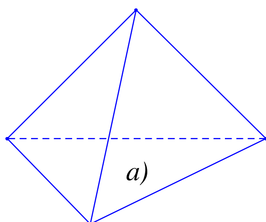
Câu 45: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm của ABC và ABD. Tính diện tích S của thiết diện của hình tứ diện khi cắt bởi mặt phẳng (BGG').

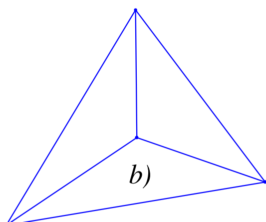
A. $S = \frac{a^2\sqrt{11}}{6}$. **B.** $S = \frac{a^2\sqrt{11}}{16}$. **C.** $S = \frac{a^2\sqrt{11}}{8}$. **D.** $S = \frac{a^2\sqrt{11}}{3}$.

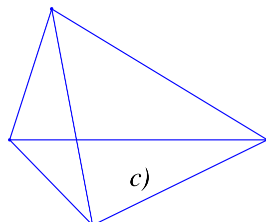
Câu 46: Cho hai đường thẳng *a* và *b*. Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận *a* và *b* chéo nhau ?

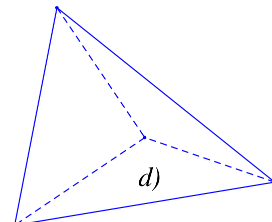
A. *a* và *b* là hai cạnh của một tứ diện. **B.** *a* và *b* không nằm trên bất kì mặt phẳng nào.
C. *a* và *b* không có điểm chung. **D.** *a* và *b* nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.

Câu 47: Trong các hình sau đây, hình nào biểu diễn của một tứ diện ?









A. Hình a) , b) và d). **B.** Hình a) và c). **C.** Hình b) và d). **D.** Tất cả.

Câu 48: Cho mặt phẳng (α) và hai đường thẳng song song *a*, *b*. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Nếu (α) song song với *a* thì (α) song song với *b* hoặc chứa *b*.
B. Nếu (α) cắt *a* thì (α) có thể song song với *b*.
C. Nếu (α) không chứa *a* thì (α) có thể song song với *b*.
D. Nếu (α) song song với *a* thì (α) cũng song song với *b*.

Câu 49: Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
B. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

Câu 50: Cho tứ diện $ABCD$ và ba điểm I, J, K lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC, AD mà không trùng với các đỉnh. Thiết diện của tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi mp(EFG) là hình nào dưới đây ?

A. Một tam giác. **B.** Một tứ giác. **C.** Một đoạn thẳng. **D.** Một ngũ giác.

Câu 51: Cho các giả thiết sau đây. Giả thiết nào kết luận đường thẳng *a* song song với mặt phẳng (α)

A. $a \parallel b$ thì $b \parallel (\alpha)$. **B.** $a \cap (\alpha) = \varnothing$. **C.** $a \parallel (\beta)$ thì $(\beta) \parallel (\alpha)$. **D.** $a \parallel b$ thì $b \subset (\alpha)$.

Câu 52: Hãy chọn phương án **Đúng** điền vào chỗ trống

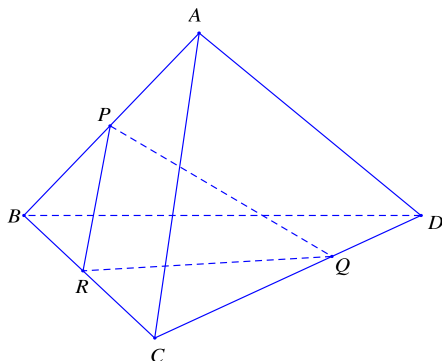
"Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì . . . . . ."

A. ba giao tuyến ấy đôi một song song với nhau.
B. ba giao tuyến ấy hoặc trùng nhau hoặc đôi một song song với nhau.
C. ba giao tuyến ấy đồng quy và đôi một song song với nhau.
D. ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.

Câu 53: Cho tứ diện đều $SABC$ có cạnh bằng a . Gọi *I* là trung điểm của *AB*, *M* là điểm di động trên đoạn *AI*. Qua *M* vẽ mặt phẳng (α) song song với (SCI). Thiết diện tạo bởi (α) và tứ diện là hình nào dưới đây ?

A. Hình thoi. **B.** Tam giác đều. **C.** Tam giác cân tại *M*. **D.** Hình bình hành.

Câu 54: Cho tứ diện $ABCD$ và ba điểm P, Q, R lần lượt lấy trên ba cạnh AB, CD, BC . Tìm giao điểm *S* của AD và mặt phẳng (PQR), biết *PR* song song với AC .



A. $AD \cap (PQR) = S$ với $QS \parallel PR \parallel AC$.

B. $AD \cap (PQR) = S$ với $S = AD \cap PQ$.

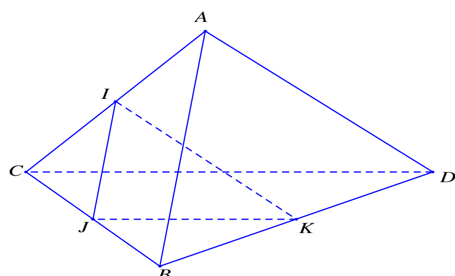
C. $AD \cap (PQR) = S$ với $S = AD \cap PR$.

D. $AD \cap (PQR) = S$ với $PS \parallel BD \parallel RQ$.

Câu 55: Cho tam giác ABC. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng chứa tất cả các đỉnh tam giác ABC ?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 56: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J và K lần lượt là trung điểm của AC, BC và BD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (IJK) là



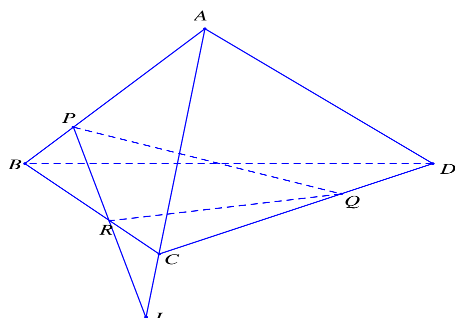
A. *IJ.*

B. *KI.*

C. Đường thẳng qua *K* và song song với *AB*.

D. *KD.*

Câu 57: Cho tứ diện $ABCD$ và ba điểm P, Q, R lần lượt lấy trên ba cạnh AB, CD, BC. Tìm giao điểm S của AD và mặt phẳng (PQR), biết PR cắt AC tại I.



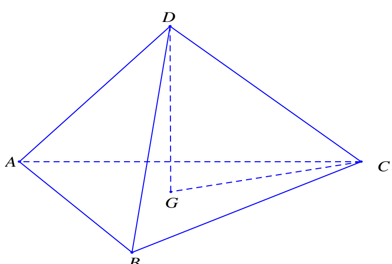
A. $AD \cap (PQR) = S$ với $S = IQ \cap AD$.

B. $AD \cap (PQR) = S$ với $S = AC \cap IQ$.

C. $AD \cap (PQR) = S$ với $S = AD \cap PQ$.

D. $AD \cap (PQR) = S$ với $S = RQ \cap AD$.

Câu 58: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Nếu cắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD) thì diện tích S của thiết diện bằng bao nhiêu ?



A. $S = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **B.** $S = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

C. $S = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{6}$. **D.** $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Câu 59: Cho tứ diện đều $SABC$ có cạnh bằng a. Gọi I là trung điểm của AB, M là điểm di động trên đoạn AI và $AM = x$. Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SCI). Thiết diện tạo bởi (α) và tứ diện là tam giác cân tại M. Tìm chu vi P của thiết diện.

A. $P = 2x\left(1+\sqrt{3}\right)$. **B.** $P = x\left(1+\sqrt{3}\right)$. **C.** $P = 3x\left(1+\sqrt{3}\right)$. **D.** $P = 2x\left(1+2\sqrt{3}\right)$.

Câu 60: Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy là tứ giác $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song. Giả sử $AC \cap BD = I; AD \cap BC = O$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

A. $(SAC) \cap (SBD) = SB$. **B.** $(SAC) \cap (SBD) = SI$. **C.** $(SAC) \cap (SBD) = SO$. **D.** $(SAC) \cap (SBD) = SC$.

Câu 61: Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó ?

A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 62: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC. Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và AD. Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình nào dưới đây ?

A. Hình chữ nhật. **B.** Hình vuông. **C.** Hình tam giác. **D.** Hình bình hành.

Câu 63: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.

B. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo

Câu 64: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$ thì $a \parallel (\beta)$.

B. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\beta)$ thì $a \parallel b$.

C. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$.

D. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì

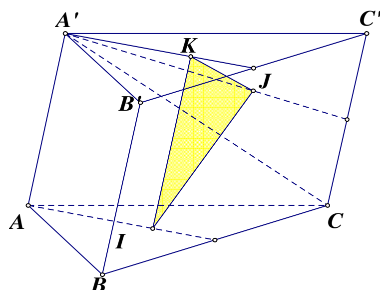
Câu 65: Cho tứ diện $ABCD, G$ là trọng tâm của tam giác ABD. Trên BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. $MG \parallel (ACB)$. **B.** $MG \parallel (ABD)$. **C.** $MG \parallel (BCD)$. **D.** $MG \parallel (ACD)$.

Câu 66: Cho hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa hai đường thẳng đó?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

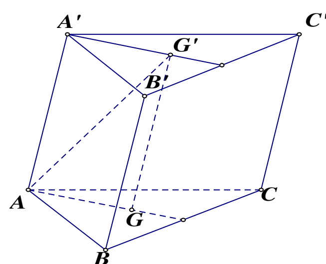
Câu 67: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACC', $A'B'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (IJK)?(tham khảo hình vẽ)



A. (ABC). **B.** $(BB'C')$.

C. $(A'BC')$. **D.** $(AA'C)$.

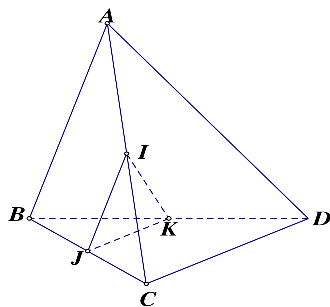
Câu 68: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có G, G' lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ABC và $A'B'C'$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (AGG') với hình lăng trụ đã cho là hình nào dưới đây ? (tham khảo hình vẽ)



A. Hình chữ nhật. **B.** Tam giác cân.

C. Tam giác vuông. **D.** Hình vuông.

Câu 69: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J và K lần lượt là trung điểm của AC, BC và BD. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (IKJ). (tham khảo hình vẽ)



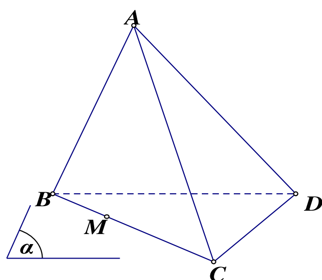
A. Đường thẳng KJ.

B. Đường thẳng KI.

C. Đường thẳng IJ.

D. Đường thẳng Δ qua K và song song với AB.

Câu 70: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn BC. Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD. Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình nào dưới đây? (tham khảo hình vẽ).



A. Hình thang. **B.** Hình bình hành.

C. Hình ngũ giác. **D.** Hình tam giác.

Câu 71: Trong các giả thiết dưới đây. Giả thiết nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (α)?

A. $a \parallel b$ và $b \subset (\alpha)$. **B.** $a \parallel (\beta)$ và $(\beta) \parallel (\alpha)$.

C. $a \parallel b$ và $b \parallel (\alpha)$. **D.** $a \cap (\alpha) = \varnothing$.

Câu 72: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với SC, BD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

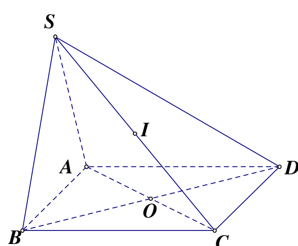
A. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.

C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.

D. (P) không cắt hình chóp.

Câu 73: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, I là trung điểm cạnh SC. Khẳng định nào dưới đây sai?(tham khảo hình vẽ)



A. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

B. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD).

C. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB).

D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO.

Câu 74: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 75: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b. Khẳng định nào dưới đây đúng khi nói về vị trí tương đối giữa hai đường thẳng AD và BC?

A. Chéo nhau. **B.** Cắt nhau.
C. Song song với nhau. **D.** Có thể song song hoặc cắt nhau.

Câu 76: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α). Giả sử $a \| b$, $b \| (\alpha)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $a \| (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha)$. **B.** $a \subset (\alpha)$.
C. a cắt (α). **D.** $a \| (\alpha)$.

Câu 77: Trong không gian, khẳng định nào dưới đây sai ?

A. Nếu ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.
B. Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đương thẳng này và song song với đường thẳng. kia.
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Câu 78: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA. Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNK) là một đa giác (H). Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. (H) là một tam giác. **B.** (H) là một ngũ giác.
C. (H) là một hình bình hành. **D.** (H) là một hình thang.

Câu 79: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Khẳng định nào dưới đây đúng khi nói về giao tuyến của (SAB) và (SCD)?

A. Đường thẳng qua S và song song với AD. **B.** Đường SO với O là tâm hình bình hành.
C. Đường thẳng qua S và song song với CD. **D.** Đường thẳng qua S và cắt AB.

Câu 80: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α). Giả sử $a \| (\alpha)$ và $b \| (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. a và b không có điểm chung.
B. a và b chéo nhau.
C. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.
D. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.

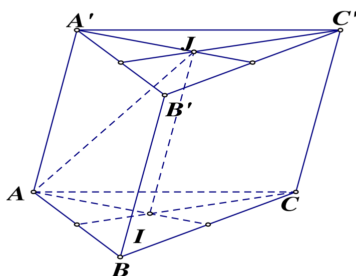
Câu 81: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng kia.
B. Nếu hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.
C. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì song song với nhau.
D. Nếu hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

Câu 82: Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

A. Ba điểm phân biệt. **B.** Bốn điểm phân biệt.
C. Hai đường thẳng cắt nhau. **D.** Một điểm và một đường thẳng.

Câu 83: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và $A'B'C'$. Xác định hình dạng thiết diện tạo bởi mặt phẳng (AIJ) với hình lăng trụ (tham khảo hình bên)



A. Hình bình hành
B. Hình tam giác vuông.
C. Hình thang.
D. Hình tam giác cân

Câu 84: Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 85: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. GE cắt CD. **B.** $GE//CD$.
C. GE và CD chéo nhau. **D.** GE cắt AD.

Câu 86: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.

B. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

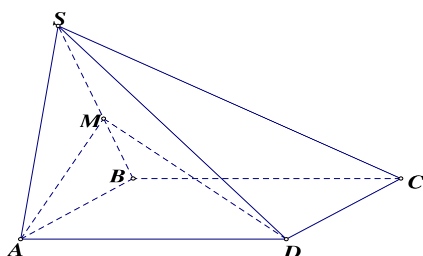
C. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β).

D. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong (β).

Câu 87: Cho hai đường thẳng a và b. Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận a và b chéo nhau?

A. a và b không có điểm chung.
B. a và b không cùng nằm trên bất kì mặt phẳng nào.
C. a và b nằm trên 2 mặt phẳng phân biệt.
D. a và b là hai cạnh của một hình tứ diện.

Câu 88: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giả sử M thuộc đoạn thẳng SB. Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình nào dưới đây ? (tham khảo hình vẽ)



A. Hình thang. **B.** Hình tam giác.
C. Hình bình hành. **D.** Hình chữ nhật.

Câu 89: Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD. Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. B, G, H thẳng hàng. **B.** A, C, I thẳng hàng.
C. N, G, H thẳng hàng. **D.** B, C, I thẳng hàng.

Câu 90: Trong không gian, khẳng định nào dưới đây sai ?

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thi song song với nhau.

B. Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì bao giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

D. Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

Câu 91: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC'. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $CB' \parallel A'N$. **B.** $CB' \parallel (BC'M)$. **C.** $CB' \parallel (AC'M)$. **D.** $CB' \parallel AM$.

Câu 92: Cắt hình chóp tứ giác bởi mặt phẳng vuông góc với đường cao của hình chóp thiết diện là hình gì?

A. Một hình bình hành. **B.** Một hình tam giác. **C.** Một ngũ giác. **D.** Một hình tứ giác.

Câu 93: Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

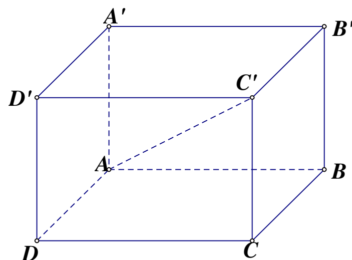
Câu 94: Cho tam giác ABC, lấy điểm I trên cạnh AC kéo dài. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. $BI \not\subset (ABC)$. **B.** $I \in (ABC)$. **C.** $A \in (BIC)$. **D.** $CI \subset (ABC)$.

Câu 95: Mệnh đề nào dưới đây sai ?

A. Hai mặt đáy của hình lăng trụ nằm trên hai mặt phẳng song song.
B. Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác đều.
C. Hình lăng trụ có các cạnh bên song song và bằng nhau.
D. Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành.

Câu 96: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Có bao nhiêu cạnh của hình lập phương chéo nhau với đường chéo AC' của hình lập phương?(tham khảo hình vẽ)



A. 4. **B.** 6.

C. 7. **D.** 9.

Câu 97: Khối chóp đều $S.ABCD$ có mặt đáy $ABCD$ là hình nào dưới đây ?

A. Hình chữ nhật. **B.** Hình thoi. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình vuông.

Câu 98: Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (P)?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 99: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào dưới đây đúng?

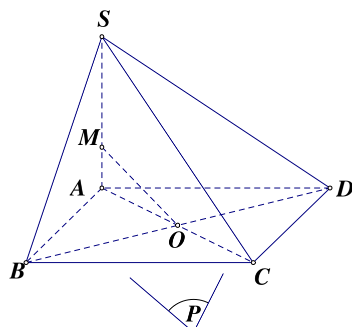
A. $MN \parallel (SCD)$. **B.** $MN \parallel (SAB)$. **C.** $MN \parallel (ABCD)$. **D.** $MN \parallel (SBC)$.

Câu 100: Cho hình lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$. Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $AA_1 \parallel (BCC_1)$. **B.** $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$.

C. $AB \parallel (A_1B_1C_1)$. **D.** AA_1B_1B là hình chữ nhật.

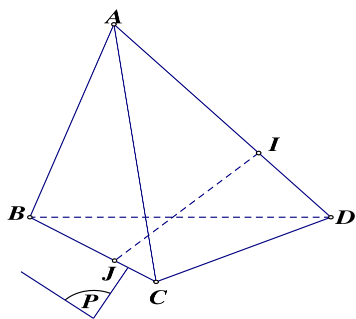
Câu 101: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là điểm thuộc cạnh SA (không trùng với S, A). Gọi (P) là mặt phẳng qua OM và song song với AD. Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mp(P) là hình nào dưới đây ? (tham khảo hình vẽ)



A. Hình chữ nhật. **B.** Hình bình hành.

C. Hình thang. **D.** Hình tam giác.

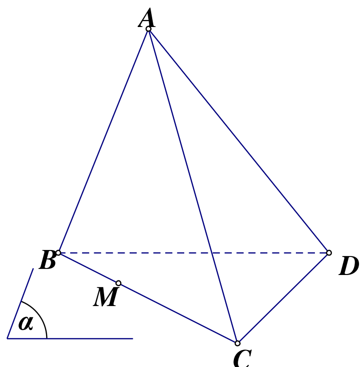
Câu 102: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt thuộc cạnh AD, BC sao cho $IA = 2ID$ và $JB = 2JC$. Gọi (P) là mặt phẳng qua IJ và song song với AB. Thiết diện của tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi (P) hình nào dưới đây ? (tham khảo hình vẽ)



A. Hình tam giác. **B.** Hình bình hành.

C. Hình thang. **D.** Tam giác đều.

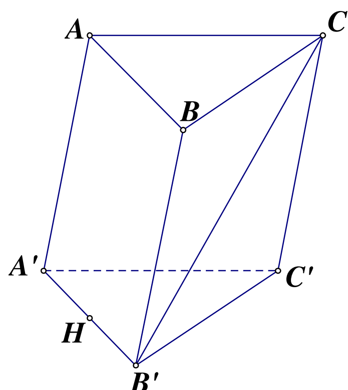
Câu 103: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn BC. Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD. Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình nào dưới đây? (tham khảo hình vẽ).



A. Hình tam giác. **B.** Hình chữ nhật.

C. Hình ngũ giác. **D.** Hình bình hành.

Câu 104: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Đường thẳng $B'C$ song song với mặt phẳng nào dưới đây? (tham khảo hình vẽ)



A. (AHC'). **B.** $(AA'H)$.

C. (HAB). **D.** $(HA'C)$.

Câu 105: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M và N là hai điểm trên SA, SB sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3}$. Vị trí tương đối giữa MN và $(ABCD)$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. MN song song $mp\ (ABCD)$. **B.** MN cắt $mp\ (ABCD)$.

C. MN nằm trên $mp\ (ABCD)$. **D.** MN và $mp\ (ABCD)$ chéo nhau.

MỘT SỐ ĐỀ ÔN KIỂM TRA MỘT TIẾT

ĐỀ 1

I. Phần trắc nghiệm

Câu 1: Hãy chọn phương án **Đúng** điền vào chỗ trống "....".

"Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì . . . . . ."

A. ba giao tuyến ấy đồng quy và đôi một song song với nhau.
B. ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.
C. ba giao tuyến ấy đôi một song song với nhau.
D. ba giao tuyến ấy hoặc trùng nhau hoặc đôi một song song với nhau.

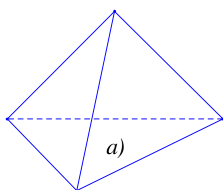
Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AC. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (DMN) và (DBC). Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

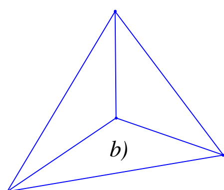
A. $d\,//(ACD)$. **B.** $d\,//(ABC)$. **C.** $d\,//(ABD)$. **D.** $d\,//(ABCD)$.

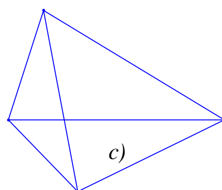
Câu 3: Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b?

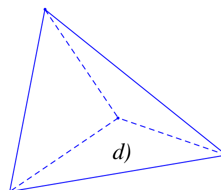
A. Ba mặt phẳng. **B.** Hai mặt phẳng.
C. Một mặt phẳng. **D.** Không có mặt phẳng nào.

Câu 4: Trong các hình dưới đây, hình nào là hình biểu diễn của một tứ diện ?



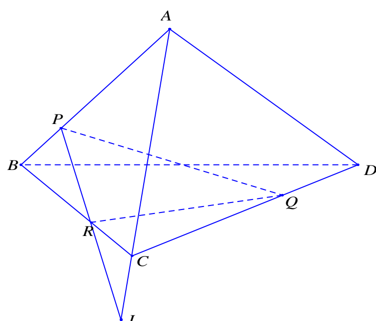






A. Hình a) và c). **B.** Hình b) và d). **C.** Hình a). **D.** Hình a) , b) và d).

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$ và ba điểm P, Q, R lần lượt lấy trên ba cạnh AB, CD, BC. Tìm giao điểm S của AD và mặt phẳng (PQR), biết PR cắt AC tại I (như hình vẽ).



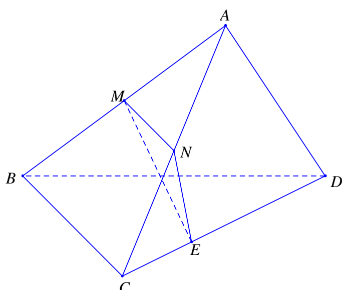
A. $AD \cap (PQR) = S$ với $S = IQ \cap AD$.

B. $AD \cap (PQR) = S$ với $S = AC \cap IQ$.

C. $AD \cap (PQR) = S$ với $S = AD \cap PQ$.

D. $AD \cap (PQR) = S$ với $S = RQ \cap AD$.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC, E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$ (như hình vẽ). Tìm thiết diện của tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (MNE).



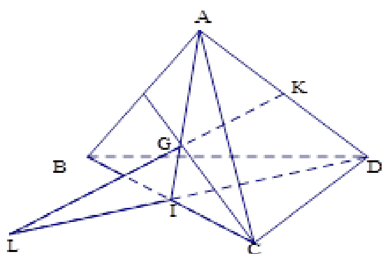
A. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên BD.

B. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF\,//\,BC$.

C. Tam giác MNE.

D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF\,//\,BC$.

Câu 7: Cho tam giác BCD và điểm A không thuộc mặt phẳng (BCD). Gọi K là trung điểm của đoạn AD và G là trọng tâm của tam giác ABC (như hình vẽ). Tìm giao điểm của đường thẳng GK với mặt phẳng (BCD).



A. $GK \cap (BCD) = L$. B. $GK \cap (BCD) = B$.

C. $GK \cap (BCD) = G$. D. $GK \cap (BCD) = I$.

Câu 8: Cho hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa hai đường thẳng đó ?

A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD và BC; G là trọng tâm của tam giác BCD . Tìm giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC).

A. $MG \cap (ABC) = C$. B. $MG \cap (ABC) = N$.
C. $MG \cap (ABC) = H$ với $H = MG \cap BC$. D. $MG \cap (ABC) = K$ với $K = MG \cap AN$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang và BA là đáy lớn. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

A. $(SAD) \cap (SBC) = \Delta$ với $S \in \Delta, \Delta // AD$. B. $(SAD) \cap (SBC) = SE$ với $E = AD \cap BC$.
C. $(SAD) \cap (SBC) = d$ với $S \in d, d // AB$. D. $(SAD) \cap (SBC) = SO$ với $E = AC \cap BD$.

II. Phần tự luận

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành$ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và I là trung điểm của AB. Lấy M trên đoạn AD sao cho $AD = 3AM$.
a/. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).
b/. Đường thẳng qua M và song song với AB cắt CI tại N. Chứng minh rằng $NG // (SCD)$.

Bài 2. Cho tứ diện $ABCD$. Trên AB lấy điểm M. Cho (α) là mặt phẳng qua M, song song với hai đường thẳng AC và BD.
a/. Tìm giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (α).
b/ Xác định thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (α), thiết diện là hình gì?

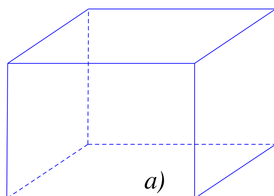
ĐỀ 2

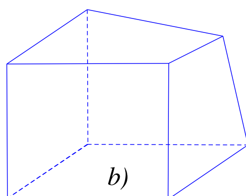
I. Phần trắc nghiệm

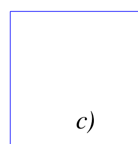
Câu 1: Trong không gian, có bao nhiêu cách xác định một mặt phẳng ?

A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 2: Trong các hình sau đây, hình nào biểu diễn cho hình lập phương ?







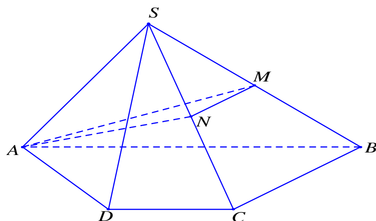
A. Hình a). B. Hình a) và c).
C. Hình b). D. Hình c) và b).

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AC . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. MN cắt (BCD). B. MN không song song (BCD).

C. $MN//(BCD)$. **D.** MN nằm trong (BCD).

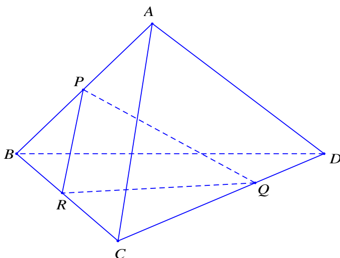
Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang và BA là đáy lớn. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của cạnh SB và SC. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (AMN) là hình gì ?



A. Hình thang. **B.** Hình chữ nhật.

C. Hình bình hành. **D.** Hình tam giác.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$ và ba điểm P,Q,R lần lượt lấy trên ba cạnh AB,CD,BC. Tìm giao điểm S của AD và mặt phẳng (PQR), biết PR song song với AC.



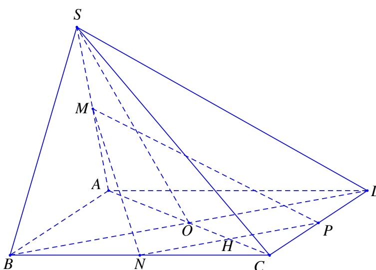
A. $AD\cap(PQR)=S$ với $QS//PR//AC$.

B. $AD\cap(PQR)=S$ với $S=AD\cap PQ$.

C. $AD\cap(PQR)=S$ với $S=AD\cap PR$.

D. $AD\cap(PQR)=S$ với $PS//BD//RQ$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N,P theo thứ tự là trung điểm các đoạn thẳng SA,BC,CD. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$ (như hình vẽ). Xác định giao điểm I của đường thẳng SO với mặt phẳng (MNP).



A. $I=SO\cap NP$. **B.** $I=SO\cap MH$.

C. $I=SO\cap MP$. **D.** $I=SO\cap MN$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác $ABCD$ và các cạnh đối diện không song song. Giả sử $AC\cap BD=I; AD\cap BC=O$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

A. $(SAC)\cap(SBD)=SB$. **B.** $(SAC)\cap(SBD)=SC$.

C. $(SAC)\cap(SBD)=SO$. **D.** $(SAC)\cap(SBD)=SI$.

Câu 8: Cho hai đường thẳng a và b. Điều kiện nào dưới đây đủ để kết luận a và b chéo nhau?

A. a và b không có điểm chung. **B.** a và b nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.

C. a và b không nằm trên bất kì mặt phẳng nào. **D.** a và b là hai cạnh của một tứ diện.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CB. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng song song với đường thẳng nào dưới đây ?

A. Đường thẳng IJ. **B.** Đường thẳng BJ. **C.** Đường thẳng AD. **D.** Đường thẳng BI.

Câu 10: Trong các giả thiết dưới đây, giả thiết nào kết luận về đường thẳng a song song với mặt phẳng (α)?

A. $a\cap(\alpha)=\varnothing$. **B.** $a//b$ và $b//(\alpha)$. **C.** $a//b$ và $b\subset(\alpha)$. **D.** $a//(\beta)$ và $(\beta)//(\alpha)$.

II. Phần tự luận

Bài 1. Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *M,N, P* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AB, CD, AN* và G là trung điểm của đoạn *MN*.
a/ Tìm giao điểm của đường thẳng *AG* và mặt phẳng (*BCD*).
b/ Chứng minh rằng *MP* song song với mặt phẳng (*BCD*).
Bài 2. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình thang (*AB* là đáy lớn). Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của *SB* và *SC*.
a/ Tìm giao điểm của đường thẳng *AN* với mặt phẳng (*SBD*).
b/ Gọi (α) là mặt phẳng qua *MN* và song song với *CD*. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α).

Đề 3

I. Phần trắc nghiệm

Câu 1: Mệnh đề nào sau đây **đúng?**
A. Qua ba điểm xác định một và chỉ một mặt phẳng.
B. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định một và chỉ một mặt phẳng.
C. Qua ba điểm phân biệt xác định một và chỉ một mặt phẳng.
D. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định hai mặt phẳng phân biệt.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi E,F lần lượt thuộc SA,SB sao cho $SA=4SE, SB=4SF$. Khi đó, vị trí tương đối giữa EF và $(ABCD)$ là:
A. $EF\subset(ABCD)$. **B.** EF cắt $(ABCD)$. **C.** EF chéo CD. **D.** $EF//(ABCD)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $MN//(ABCD)$. **B.** $MN//(SAB)$. **C.** $MN//(SCD)$. **D.** $MN//(SBC)$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Lấy $M\in SA, N\in SB$ sao cho $\frac{SM}{SA}=\frac{SN}{SB}=\frac{2}{3}$. Tìm mệnh đề đúng:
A. $MN//CD$. **B.** $MN//(SAD)$. **C.** $MN//AD$. **D.** $MN//(SBC)$.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD,BC; G là trọng tâm tam giác BCD. Giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) là:
A. Giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC. **B.** Điểm C.
C. Giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AN. **D.** Điểm N.

Câu 6: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai?**
A. Hình biểu diễn của hai đường cắt nhau có thể là hai đường song song.
B. Dùng nét đứt biểu diễn cho đường bị che khuất.
C. Hình biểu diễn phải giữ nguyên quan hệ thuộc giữa điểm và đường thẳng.
D. Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I,J,K lần lượt là trung điểm của AC,BC,BD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (KJI) là
A. KD. **B.** Đường thẳng qua K và song song với AB
C. Không có. **D.** KI.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, gọi M là trung điểm của SA, gọi E là trung điểm của CD và I là giao điểm của AD và BE. Khi đó giao tuyến của mp(SAD) và mp(MEB) là :
A. Đường thẳng qua S và $//AD$, $//BC$. **B.** Đường thẳng SI.
C. Đường thẳng MI. **D.** Đường thẳng qua M và $//AB$, $//BC$.

Câu 9: Tìm mệnh đề sai:
A. Hai đường thẳng cùng chứa trong 1 mặt phẳng và không có điểm chung thì song song với nhau.
B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng cùng chứa trong 1 mặt phẳng nếu không song song thì cắt nhau hoặc trùng nhau.
D. Hai đường thẳng chéo nhau cùng chứa trong 1 mặt phẳng.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC, E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện của tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (MNE) là hình gì?

A. Hình thang. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình ngũ giác. **D.** Hình tam giác.

II. Phần tự luận

Bài 1: Cho tứ diện $ABCD$ có I và J lần lượt là trung điểm AC và BC. K thuộc BD sao cho $KD < KB$.

a/ Chứng minh: $IJ // (\text{DAB})$.

b/ Tìm giao điểm giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (IJK).

Bài 2: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang cân có AD không song song với BC. Gọi M là trung điểm của AD và (α) là mặt phẳng qua M, song song với SA và BD.

a/ Tìm giao tuyến giữa 2 mặt phẳng (SAB) và (SDC).

b/ Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α).

ĐỀ 4

I. Phần trắc nghiệm

Câu 1: Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?
A. Ba điểm phân biệt không thẳng hàng. **B.** Bốn điểm.
C. Hai đường thẳng chéo nhau. **D.** Một điểm và một đường thẳng.

Câu 2: Cho đường thẳng a nằm trong mp(α) và đường thẳng $b \not\subset mp(\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?
A. Nếu b cắt (α) thì b cắt a. **B.** Nếu $b//a$ thì $b//(\alpha)$.
C. Nếu b cắt (α) thì b chéo a. **D.** Nếu $b//(\alpha)$ thì $b//a$.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AC, AD; G là trọng tâm $\triangle BCD$. Khi đó giao tuyến của (BMN) và (GCD) là:
A. Đường thẳng d qua G và $d //$ CD. **B.** Đường thẳng d qua B và $d //$ CD.
C. Đường thẳng BK với $K = MN \cap CD$. **D.** Đường thẳng BG.

Câu 4: Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b?
A. 2. **B.** Không có mặt phẳng nào.
C. 1. **D.** Vô số.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm O. Gọi P là trung điểm SC. Mệnh đề nào đúng:
A. $PO//(SAC)$. **B.** $PO//(SBD)$. **C.** $PO//(SAB)$. **D.** $PO//(SCD)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Lấy $M \in SB : \frac{BM}{BS} = \frac{2}{3}$. G là trọng tâm $\triangle ABC$. Tìm mệnh đề đúng:
A. $MG//(SAC)$. **B.** $MG//(SAD)$. **C.** $MG//SC$. **D.** $MG//SA$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$. Đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giả sử M thuộc đoạn SC. Mặt phẳng (ABM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình gì?
A. Hình bình hành. **B.** Tam giác **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình thang.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$ Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD, BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (JAD) là đường thẳng nào sau đây?

A. IJ. **B.** AB. **C.** IB. **D.** JD.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M,N,K lần lượt là trung điểm của BC,DC,SB. Giao điểm của MN và (SAK) là giao điểm của MN với đường thẳng nào sau đây?

A. AD. **B.** SK. **C.** AK. **D.** AB.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Xác đinh giao tuyến của mặt phẳng (SAD) và (SBC).

A. Điểm $SO, O = AC \cap BD$.
B. Đường thẳng bất kỳ song song với BC.
C. Đường thẳng đi qua S và song song với AD, BC.
D. Đường thẳng bất kỳ song song với AD.

II. Phần tự luận

Bài 1: Cho tứ diện $ABCD$ có I và J lần lượt là trung điểm AC và CD. K thuộc BD sao cho $KD > KB$.

a/ Chứng minh: $IJ // (\text{DAB})$.

b/ Tìm giao điểm giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (IJK).

Bài 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M,N,P theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng SA,BC,CD.

a/ Tìm giao tuyến 2 mặt phẳng (SAB) và (SCD).

b/ Tìm thiết diện hình chóp cắt bởi (MNP).

ĐÁP ÁN
CHƯƠNG II. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN
QUAN HỆ SONG SONG

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A					■	■									■					■
B	■							■				■				■				
C									■	■				■						
D		■	■	■			■				■		■				■	■	■	

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A		■						■					■							
B			■			■						■			■	■		■	■	
C	■			■			■			■				■			■			■
D					■				■		■									

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A				■			■	■		■				■	■		■		■	
B					■	■					■							■		■
C		■	■						■				■			■				
D	■											■								

	61	62
A		
B		
C		■
D	■	

	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82
A		■				■				■	■	■	■	■			■			
B					■			■								■				
C	■														■					■
D			■	■			■		■									■	■	

	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102
A	■											■								
B		■	■		■	■							■	■		■				
C				■				■	■		■						■		■	■
D							■			■					■			■		

	103	104	105
A	■	■	■
B			
C			
D			